



Competencias procedimentales adquiridas durante la aplicación de situaciones didácticas referidas a las fracciones

Procedural Competences Acquired During the Application of Didactic Situations Related to Fractions

Yaneth Ríos*

Resumen

Este artículo es el resultado de una investigación que se planteó como objetivo: determinar la efectividad de la aplicación de situaciones didácticas en algunos tópicos referidos a las fracciones, en cuanto a las competencias procedimentales en alumnos del primer semestre de la Licenciatura en Educación, Mención Matemática y Física de la Universidad del Zulia. La metodología de investigación empleada en la misma fue la Ingeniería Didáctica propia de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau. La muestra estuvo constituida por 26 alumnos; se diseñaron situaciones didácticas durante 4 semanas; antes y después de esta experiencia fueron sometidos a un cuestionario para establecer sus preconcepciones iniciales, y los resultados de aprendizaje. Los resultados mostraron que la experiencia fue efectiva para algunos indicadores y permitió disminuir eficazmente errores sintácticos y de cálculo, no así con los errores semánticos y de razonamiento.

Palabras clave: Fracciones, Ingeniería Didáctica, interpretaciones y errores.

Recibido: Diciembre 2008 • Aceptado: Agosto 2009

* Licenciada en Educación mención matemática y física. Magister en Matemática, mención docencia y Doctora en Ciencias Humanas. Directora del Centro de Estudios Matemáticos y Físicos de la Facultad de Humanidades y Educación y Profesora en el área de álgebra del Departamento de Matemática y Física de la Universidad del Zulia. Maracaibo, Venezuela. Correo electrónico: yanrios@cantv.net

Abstract

This article is the result of a study whose objective was to determine the effectiveness of applying didactic situations to some topics related to fractions, in terms of procedural competences in first semester students for a degree in Education in Mathematics and Physics at the University of Zulia. The research methodology used was didactic engineering belonging to Brousseau's theory of didactic situations. The sample consisted of 26 students; didactic situations were designed during a 4-week period; before and after this experience, students answered questionnaires to establish their initial preconceptions and learning results, respectively. The study showed that the experience was effective for some indicators, making it possible to effectively diminish syntactical and calculation errors, but not semantic and reasoning errors.

Key words: Fractions, didactic engineering, interpretations and errors.

Introducción

El presente artículo muestra resultados con respecto a la adquisición de competencias procedimentales durante la aplicación de situaciones didácticas a los alumnos que ingresaron, en la Licenciatura en Educación Mención Matemática y Física, de la Facultad de Humanidades y Educación, de la Universidad del Zulia.

La investigación se planteó como pregunta central, ¿La aplicación de situaciones didácticas favorecerá los resultados de aprendizaje referidos a las competencias procedimentales, en algunos tópicos sobre las fracciones, en los alumnos que ingresaron en la Licenciatura en Educación, Mención Matemática y Física, de la Escuela de Educación, de la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad del Zulia?

Para darle respuesta a esta situación, se planteó el siguiente objetivo: determinar la efectividad de la aplicación de situaciones didácticas en la adquisición de competencias procedimentales en algunos tópicos referidos a las fracciones, en alumnos que ingresaron en la Licenciatura en Educación, Mención Matemáticas y Física; de este se derivan los siguientes objetivos:

1. Determinar las preconcepciones procedimentales referidas al concepto de fracción que tienen los estudiantes.
2. Determinar los resultados de aprendizajes referidos a las competencias procedimentales, obtenidos por los estudiantes después de aplicar las situaciones didácticas.
3. Determinar la efectividad de las situaciones didácticas, referida al concepto de fracción.
4. Comparar las interpretaciones de los alumnos antes y después de aplicar las situaciones didácticas.

En la primera parte se describen brevemente las teorías que sirven de soporte a la investigación; en la segunda parte se presenta la operacionalización de las variables por cada objetivo. En la tercera parte se describe la metodología aplicada que incluye la descripción de: la muestra, las técnicas de recolección de información, la codificación de los datos y la validación de los instrumentos; en la cuarta parte se describe: el plan de análisis de la información, los resultados y el análisis de los mismos; y por último, se establecen las conclusiones y recomendaciones.

Bases Teóricas

Las teorías que sustentan esta investigación se orientan hacia tres vías, *la cognitiva* que tiene su soporte en las diversas interpretaciones que puede tener el concepto de fracción, *la didáctica* la cual tiene sus bases en la Teoría de Situaciones Didácticas; ésta última, aporta un elemento que es tomado en cuenta para el diseño de las situaciones didácticas, los errores. Y una tercera vía, *la metodológica* propia de la Teoría de Situaciones Didácticas, como lo es la Ingeniería Didáctica. A continuación se hace una breve descripción de estas tres dimensiones.

Interpretaciones del concepto de Fracción

Son muchas las interpretaciones conceptuales (significados, representaciones, constructos, o conceptos) que se pueden hacer respecto al concepto de fracción. Estas representaciones trabajan con el episteme de fracción, desde una concepción compleja a otras más complejas.

La propuesta didáctica que se propone, está basada en las seis interpretaciones del concepto de fracción, que se describen a continuación, según Ríos (2001):

- La interpretación parte todo también denominada sub-área, concibe al todo dividido en partes iguales, donde el denominador indica las partes en que se divide la totalidad y el numerador las que se toman.
- La interpretación como reparto también denominada división indicada, entiende la fracción como el proceso de dividir el número de unidades que indica el numerador y ella indica el resultado de esa división, además el numerador permite contar la cantidad de partes que indica el denominador.
- La interpretación como razón entiende la fracción como un valor de comparación o de relación entre dos números enteros, que indica las veces que el segundo está contenido en el primero o las veces que el primero contiene en el segundo.
- La interpretación como número decimal concibe la fracción como el resultado de hacer la división del numerador entre el denominador (definición conocida como cociente).
- La interpretación como operador interpreta la fracción como el resultado de la ejecución de dos operaciones la división y la multiplicación, en ese orden o el inverso.

Competencias procedimentales adquiridas durante la aplicación de situaciones didácticas referidas a las fracciones

- Cuando el concepto de fracción se descontextualiza, aparece la representación de la fracción como número racional, este como ente abstracto de la forma (a,b) es entendido como un subconjunto de $(Z \times Z^*)/R$, donde R es la relación de equivalencia definida sobre $Z \times Z^*$ de la siguiente manera: $(a,b) R (c,d) \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$. Así se crea el conjunto cociente $(Z \times Z^*)/R$, denominado campo de cocientes de los números enteros, el cual es isomorfo al conjunto $\{a \cdot b^{-1} / a \in Z \text{ y } b \in Z^* \text{ y m.c.d.}(a,b) = 1\}$, el cual recibe el nombre de números racionales (Q). Cuando se toma este conjunto, cada número racional representa una clase de equivalencia formada por pares ordenados equivalentes. Si se considera el conjunto de los pares ordenados donde a y b son números naturales, el nuevo conjunto es el de las fracciones.

Teoría de las situaciones didácticas

Brousseau (1983, citado por Mercier y Salin, 1988), sostiene que en una primera fase para que se dé el aprendizaje, el profesor debe seleccionar problemas donde el alumno debe actuar, reflexionar y evolucionar a su ritmo tratando de adaptarse a la situación y llegar a la solución él mismo; en este momento estamos en presencia de una situación denominada por él como Situación A-didáctica, la cual puede ser de tres tipos en función de los actores que intervienen en las acciones y las interacciones que se dan entre ellos:

- a) Acción: intervienen el alumno y el medio
- b) Formulación: intervienen los alumnos
- c) Validación: intervienen los alumnos y se tratan de convencer sobre la validez de la información

En una segunda fase el docente intervendrá en la situación estableciendo la institucionalización del conocimiento donde se transformará el conocimiento aprendido en saber científico. Ésta es previamente establecida por los programas y planes del Estado.

Dentro de esta teoría se manejan conceptos tales como: fenómenos didácticos, obstáculos, errores, memoria didáctica, transposición didáctica, salto informacional, entre otros. Para efectos de esta investigación se escogió trabajar con el concepto de error. Los conocimientos antiguos que funcionan no son desechados completamente sino que quedan integrados y valorados dentro de la nueva y más compleja visión que surge del aprendizaje. En esta dinámica se ponen en práctica conocimientos diferentes al saber sabio, estos conocimientos son conocidos como errores.

Son diversas las tipologías de errores encontradas en la literatura, por la naturaleza de esta investigación no se fija un criterio específico para su clasificación, por lo que se seleccionó la concepción de Quevedo (1999):

- Errores en el razonamiento: escogencia incorrecta de la estrategia o aplicación errada de la misma o deducción de conclusiones erradas.
- Errores en el cálculo: errada utilización de algoritmos.

- Errores semánticos: significado errado a conceptos matemáticos.
- Errores sintácticos: utilización errada de símbolos matemáticos.

La ingeniería didáctica

La Ingeniería Didáctica surgió como metodología de investigación dentro de la Didáctica de las Matemáticas en Francia en 1980. La misma se aplica a los productos de enseñanza basados o derivados de ella y para guiar la experimentación en clase (Farfán, 1995).

Según dicho autor, las etapas de la Ingeniería Didáctica son las siguientes:

1. Análisis preliminar: se refiere a los conocimientos teóricos didácticos generales y específicos del campo de estudio y al análisis de la epistemología de los contenidos por enseñar, la enseñanza tradicional y sus efectos, las concepciones de los estudiantes, las dificultades y obstáculos que se presentan en el aprendizaje, las condiciones bajo las cuales se presentará la situación didáctica efectiva y los objetivos de la investigación, entre otros. Los análisis se realizan bajo la dimensión epistemológica, didáctica y cognitiva.

2. Concepción y análisis a priori: esta fase constituye el diseño de la Ingeniería, la cual va a actuar sobre un determinado número de variables del sistema: variables macro-didácticas o globales y variables micro-didácticas o locales; las dos pueden ser generales o dependientes del contenido didáctico, pero las segundas se refieren propiamente a la organización y la gestión de la secuencia de clase

El análisis a priori es el momento donde el diseñador de la situación didáctica, antes de la clase, explicita supuestos referidos a: los procesos de enseñanza aprendizaje que se generarán en la situación y los resultados que desea producir: los probables y los seguros.

3. Experimentación, análisis a posteriori y validación: la experimentación es el momento en el cual se ejecuta lo planificado en la Ingeniería. El análisis a posteriori consiste en analizar el conjunto de datos recogidos tales como las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza y las producciones de los estudiantes; se pueden complementar con cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos, aplicadas durante el momento de enseñanza. La validación de las hipótesis se realiza con la confrontación de los análisis: a priori a posteriori.

Desde el año 2001 está en proceso el diseño de las situaciones didácticas puesta en práctica para la enseñanza de las fracciones; estas situaciones están enmarcadas en una metodología de investigación denominada Ingeniería Didáctica propia de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (citado por Quevedo, 1998). Este trabajo pretende validar esta Ingeniería a través de un estudio cuasi-experimental, donde se comparan las representaciones externas de los estudiantes antes y después de aplicadas las situaciones diseñadas. A continuación se operacionalizan las variables consideradas en el mismo.

Para dar cumplimiento a los cuatro objetivos planteados, se operacionalizaron a través de variables, dimensiones e indicadores. La variable asociada al pri-

Competencias procedimentales adquiridas durante la aplicación de situaciones didácticas referidas a las fracciones

mer objetivo es “Preconcepciones procedimentales sobre el concepto de fracción” (V1); la variable asociada al segundo objetivo es: “Resultados de aprendizaje del concepto de fracción” (V2); la variable asociada al tercer objetivo es: “Diseño de las situaciones didácticas” (V3); y las variables asociadas al cuarto objetivo son V1 y V2. A continuación se explicitan las dimensiones e indicadores.

Cuadro 1. Indicadores referidos a los objetivos 1, 2 y 4

Variables	Dimensiones	Indicadores
V1: Preconcepciones procedimentales sobre el concepto de fracción	1. Traslado de representaciones externas simbólica a verbal	Cantidad de respuestas correctas e incorrectas
	2. Traslado de representaciones externas gráfica a simbólica	Cantidad de respuestas correctas e incorrectas
	3. Traslado de representaciones externas simbólica a simbólica	Cantidad de respuestas correctas e incorrectas.
V2: Resultados de aprendizaje	4. Operaciones combinadas entre fracciones	Cantidad de respuestas correctas e incorrectas.
	5. Resolución de problemas	Cantidad de respuestas correctas e incorrectas. Calidad de la justificación
	6. Determinar fracciones equivalentes	Cantidad de respuestas correctas e incorrectas.
	7. Errores	Tipo Frecuencia

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 2. Indicadores referidos al objetivo 3

Variable	Dimensiones	Indicadores
V3: Diseño de las situaciones didácticas	Competencia procedimental	Traslado entre interpretaciones Hallar fracciones equivalentes Realizar operaciones combinadas Resolver problemas
	Estrategias	Tormenta de ideas Técnica de la pregunta Resolución de problemas Comunicación interactiva (docente-alumno)

Fuente: Elaboración propia.

Metodología

Como se mencionó anteriormente, la metodología aplicada fue cuasi-experimental; la muestra para la aplicación de las situaciones didácticas fue no probabilista, elegida de manera intencional, pues estuvo constituida por 26 alumnos que ingresaron a la Licenciatura de Educación Mención Matemática y Física de la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad del Zulia, durante el 2004. Estos alumnos fueron sometidos a un diseño didáctico referido al concepto de fracción, el cual será descrito en el siguiente numeral.

Después de diseñada la situación, se procedió a construir el cuestionario que permitió recoger la información de las interpretaciones iniciales respecto al concepto de fracción que poseían los alumnos que fueron sometidos a las situaciones didácticas. Este cuestionario fue nuevamente aplicado después de la aplicación de las situaciones didácticas para determinar los resultados de aprendizajes logrados por los alumnos. Las respuestas a todos los ítems fueron codificados con la siguiente escala ordinal: 0 no respondió, 1 respuesta incorrecta y 2 respuesta correcta.

Antes de aplicar el cuestionario, este fue sometido a la consideración de cuatro expertos para su validación, y los resultados de la ésta se recogieron en un instrumento de validación.

Descripción de las Situaciones Didácticas

Algunos de los insumos que sirvieron para la elaboración de las Situaciones Didácticas, en parte fueron producto de una extensa revisión bibliográfica sobre diversas investigaciones sobre el aprendizaje de las fracciones. En estas investigaciones se establecen diversos niveles de complejidad en los diversos contenidos de fracciones, por ejemplo se muestra que algunas representaciones externas son más fáciles que otras, que la interpretación de fracciones impropias es más compleja que la de las propias, que hay diversos niveles de comprensión en cuanto a las totalidades continuas y discretas, que el significado del número decimal debe ser asociado a la fracción, el significado que se le debe dar a las fracciones equivalentes debe estar asociado a su representación gráfica, entre algunos resultados.

Otros de los insumos que se consideraron fueron las observaciones realizadas a maestros y profesores, que permitieron determinar el nivel de profundidad en que se trabajan diversos contenidos, las estrategias que se utilizan en el proceso, la secuencia en que trabajan los contenidos, entre otras cosas.

Además, se hicieron revisiones de textos y programas de Matemática de Educación Básica, para contrastarlo con el trabajo realizado por los maestros y profesores observados. Por otro lado, se consideró el programa de la asignatura Fundamentos de la Matemática.

Con toda esta información y la experiencia que se ha adquirido desde el año 1999 en el dictado de esta asignatura, se diseñaron las situaciones didácticas, los cuales quedaron organizados de la siguiente manera: las fracciones como sistema notacional, interpretación como parte todo en unidades continuas y discretas, in-

Competencias procedimentales adquiridas durante la aplicación de situaciones didácticas referidas a las fracciones

interpretación como reparto en unidades continuas y discretas, interpretación como operador, interpretación como razón, interpretación como número decimal, ubicación del número decimal en la recta real, fracciones equivalentes, adición y sustracción de fracciones, multiplicación de fracciones, división de fracciones y resolución de problemas.

Para poder lograr esta secuencia en clase, se elaboró un guión de trabajo, el cual fue aplicado a 26 alumnos durante 6 semanas, recibiendo tres (3) sesiones semanales, donde cada una consto de tres (3) horas de 45 minutos cada una, es decir, 135 minutos cada sesión.

Todas las clases estuvieron guiadas por las intervenciones de los alumnos en clase, para ello básicamente se utilizó la técnica de la pregunta, lluvia de ideas, discusiones grupales, trabajos individuales y la interacción docente alumno. Las actividades en su gran mayoría estaban dirigidas a incentivar la curiosidad y la creatividad de los estudiantes, cuando el contenido lo permitía se iniciaba con un problema (etapa de acción) para tratar de contextualizar y posteriormente pasar por las etapas que caracterizan las situaciones didácticas: formulación, validación e institucionalización. Los errores de los alumnos y los conflictos que se presentaron fueron utilizados como nuevas oportunidades de aprendizaje.

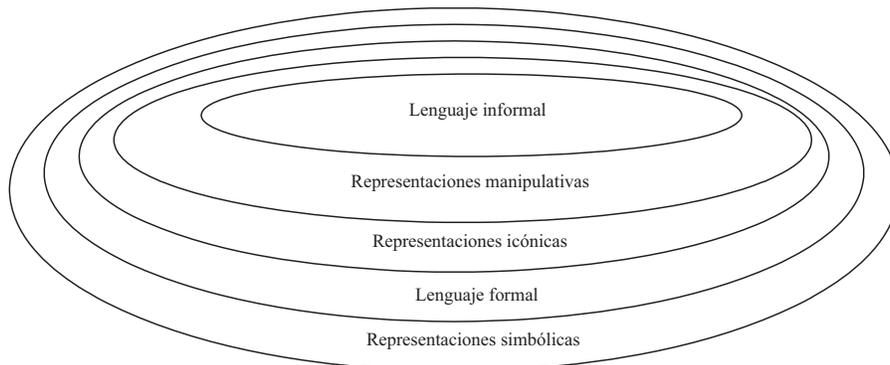
Es interesante observar que en las clase se presentaron situaciones tales como: las ideas aportadas por los alumnos complementan las dadas por el profesor, la intuición en un momento es un obstáculo y el profesor debe recurrir al formalismo matemático para darle significado algunos conceptos matemáticos, y los errores de los alumnos persisten aún y cuando el profesor había creído haberlas aclarado.

Otro elemento importante que se consideró en el diseño de las situaciones didácticas fue la comunicación. Se sabe que para poder comunicar las ideas matemáticas, hacemos uso de notaciones simbólicas o gráficas, específicas para cada noción, mediante las cuales se expresan los conceptos y procedimientos, así como sus características y propiedades más relevantes. Este conjunto de gráficos, reglas o símbolos es lo que se denomina sistemas de representación o representaciones externas (Segovia y Rico, 1999).

Maza (1995) plantea una hipótesis con respecto al orden de dificultad en cuanto al uso de las representaciones externas, pero esto no quiere decir que son de naturaleza diferente (ver gráfico 1). Esta secuencia se adecua al grado de accesibilidad al referente, es decir la transparencia que ofrece cada representación externa. El mayor grado de transparencia caracteriza a las representaciones en el lenguaje informal y la de menor transparencia corresponde a las representaciones simbólicas.

Esta investigación se apega a esta hipótesis, utilizando todas las representaciones excepto las manipulativas, respetando esta secuencia donde se hace primero una interpretación natural del significado de las fracciones involucradas en la situación, posteriormente se realizan gráficos para comprender los elementos involucrados y sus relaciones, luego a través del lenguaje formal se hace una traducción de la situación analizada al lenguaje aritmético y por último se generaliza a través del lenguaje algebraico.

Gráfico 1. Orden de complejidad en cuanto al uso de las representaciones



Fuente: Elaboración propia.

Otra dimensión considerada en la elaboración de las situaciones didácticas, es el carácter inductivo que tiene la construcción del conocimiento matemático; por tal motivo las experiencias diseñadas parten de casos particulares para tratar que se institucionalice el conocimiento matemático. Por ejemplo, para el estudio de la multiplicación se discriminaron varios casos; por ejemplo: multiplicación de un número natural por una fracción o viceversa y luego la multiplicación de fracciones con numerador uno y distinto de uno. En cada caso se consideraron varios ejemplos para que el alumno construyera el algoritmo para cada caso.

Análisis de los resultados: Estrategias y descripción de resultados

A continuación se presentan las estrategias de análisis, los resultados y el análisis correspondiente a estos resultados; para ello se consideran las siguientes dimensiones de análisis: diferenciación de los grupos antes y después del tratamiento, efectividad de la ingeniería didáctica, errores y contenido

a) Diferenciación de los grupos antes y después de la aplicación de las situaciones didácticas

Después de calcular la razón crítica Z (ver Tabla 1), para determinar la diferenciación del grupo antes y después del tratamiento, se puede concluir lo siguiente: la muestra presentó diferencias significativas entre las siguientes dimensiones: traslado de representación: simbólica a simbólica, y hallar fracciones equivalentes.

Tabla 1. Cálculo de la razón crítica z para el grupo antes y después del tratamiento

Dimensión	Xa	S _{a,n-1}	Xd	S _{d,n-1}	Xa-Xd	σDx	Z
1. Traslado símbolo gráfico (ítem 1)	8,54	1,33	9,77	1,18	1,23	2,62	0,46
2. Traslado gráfico símbolo (ítems 3,4)	4,81	3,16	6,85	3,88	2,04	1,94	1,05
3. Traslado símbolo símbolo (ítems 5,6)	3,54	2,21	6,19	1,9	2,65	1,54	1,72
4. Operaciones combinadas (ítem 7)	2,5	1,14	3,5	0,65	1	0,9	1,11
5. Resolución de problemas (ítems 2,8)	2,08	1,16	3,38	0,94	1,3	0,85	1,53
6. Fracciones equivalentes (ítem 9)	6,23	4,47	13,65	1,29	7,42	3,14	2,36

Donde:

Xa : media del grupo antes del tratamiento

S_{a,n-1} : desviación estándar del grupo antes del tratamiento

Xd : media del grupo después del tratamiento

S_{d,n-1} desviación estándar del grupo después del tratamiento

Xa-Xd : diferencia de medias

σDx : coeficiente de desviación

Z: razón crítica calculada

Fuente: Elaboración propia.

No mostrando diferencias significativas en las siguientes dimensiones: resolución de problemas, traslado de representación: simbólico-verbal, traslado de representación: gráfica-simbólica y operaciones combinadas.

Con respecto al traslado de representación gráfica a la simbólica, no hubo diferencias significativas, ni a nivel cualitativo, ni cuantitativo. Persiste el error de confundir las partes rayadas y no rayadas con el numerador y denominador, en el caso de las fracciones impropias, además que se les dificulta identificar dos objetos como parte de la misma totalidad.

Con respecto a esta dimensión, traslado de representación gráfica a la simbólica, se siguieron las recomendaciones de Dickson et al (1991), al igual que Ca-burn (1974, citados por Dickson *et al.*, 1991), pues ellos sugieren introducir la noción de fracciones equivalentes, utilizando los constructos de área y conjunto, esto lo reafirman, Post *et al.* (1985 citados por Maza, 1995), establecen que al comienzo del aprendizaje de las fracciones equivalentes los alumnos no pueden manipular símbolos, por lo que según ellos se da el proceso de traslación coordinada

de las representaciones externas, que establece que para reconocer dos símbolos como equivalentes primero hacen la representación icónica de ambas fracciones y trasladan la comparación a nivel simbólico.

Por otro lado, la ubicación de las fracciones en la recta real se dificultó, porque no se invirtió mucho tiempo en clase en situaciones similares, se trabajaron ubicación en la recta real fracciones decimales y expresiones decimales.

En el traslado de una representación simbólica a otra representación simbólica se obtuvieron diferencias significativas, los alumnos demostraron destrezas en la conversión de decimales a fracciones y porcentajes a fracciones, aun cuando lo segundo no fue considerado en el tratamiento; mientras que la conversión de decimales a fracciones si fue considerada y contradictoriamente el grupo obtuvo pocas respuestas correctas. Este resultado concuerda con lo expresado por algunos investigadores, que al trabajar la equivalencia como entes abstractos, verifican que se presentan dificultades hasta los 15 años; investigadores tales como Hart (1980), A.P.U. (1980), N.A.E.P. (1980) y Ward (1979, citados por Dickson *et al.*, 1991).

En cuanto a las operaciones combinadas, aun cuando los alumnos no lograron diferencias significativas a nivel cuantitativo, lograron diferencias a nivel cualitativo, pues mejoraron el uso de las igualdades, tomaron conciencia del uso de los signos de agrupación y usan el método de fracciones equivalentes para sumar y restar fracciones.

En la resolución de problemas no hubo diferencias significativas; a nivel cualitativo se pudo observar que el problema 2 (ver cuestionario) al inicio del tratamiento, el grupo uso una diversidad de estrategias que permitieron la solución correcta, mientras que al final del tratamiento, la mayoría se limitó a usar la regla de tres. En el segundo problema, aumento la diversidad de respuestas, aun cuando hubo pocas respuestas correctas.

Con las fracciones equivalentes se lograron diferencias significativas en los conocimientos procedimentales (respuestas de la pregunta 9 del cuestionario), pues lograron establecer algoritmos para hallar uno de los números faltantes, en una igualdad de fracciones.

b) Efectividad de las situaciones didácticas (SD)

Para determinar la efectividad del tratamiento sobre cada dimensión, se determinó el porcentaje de respuestas correctas para cada uno. El criterio de decisión fue el siguiente: si el porcentaje es mayor al 70%, las SD fueron efectivas sobre el indicador, en caso contrario no fueron efectivas.

Después de determinar por cada dimensión, el porcentaje de respuestas correctas (ver Tabla 2), obtuvieron porcentajes mayores de 70% en las siguientes dimensiones, siendo efectiva las SD en los mismos: resolución de problemas, traslado de representación: simbólico-verbal, operaciones combinadas, hallar fracciones equivalentes; y no fueron efectivas en las siguientes dimensiones: traslado de representación: gráfica-simbólica, y traslado de representación: simbólica-simbólica.

Tabla 2. Efectividad de las situaciones didácticas

Dimensión	Porcentajes de respuestas correctas por ítems	Promedio de porcentajes
1. Traslado símbolo verbal	100; 100; 100; 100; 100	100
2. Traslado gráfico símbolo	96,15; 65,38; 11,54; 30,77; 19,23; 26,92; 15,38	37,91
3. Traslado símbolo símbolo	38,46; 92,3; 61,11; 46,15	59,5
4. Operaciones combinadas	57,69; 96,15	76,92
5. Resolución de problemas	96,15; 57,69	76,92
6. Fracciones equivalentes	96,15; 100; 96,15; 92,3; 100; 100	97,25

Fuente: Elaboración propia.

A pesar de haber sido efectiva la aplicación de las SD para las dimensiones mencionados en el párrafo anterior, no hubo diferencia significativa en cuanto a los resultados de aprendizaje obtenidos por los alumnos, en las dimensiones siguientes: resolución de problemas, traslado de representación simbólica verbal y operaciones combinadas; es de hacer notar que en las respuestas asociadas a estas dimensiones los alumnos al inicio de la aplicación de las SD dieron respuestas correctas rudimentarias, es decir, sin la formalidad propia de la matemática. Después de aplicadas las SD, se observó que algunos alumnos lograron niveles de formalidad más próximos al saber sabio.

Aún cuando la efectividad de las SD fue baja en cuanto a la dimensión sobre el traslado de representación simbólica-simbólica, hubo diferencias significativas antes y después de la aplicación de las SD; esto pudo deberse a que en el grupo en el inicio casi no respondieron las preguntas asociadas a esta dimensión y las pocas respuestas dadas eran incorrectas.

c) Errores

Para determinar la efectividad de las SD sobre la disminución de la cantidad de errores cometidos por los estudiantes, se aplicaron dos procedimientos. Primero, se determinó para cada dimensión el número de errores cometidos por el grupo, según la tipología: errores semánticos, sintácticos, de razonamiento y de cálculo; y por otro lado, se determinó la cantidad total de errores, de cada tipo, cometidos por el grupo.

Para determinar si las SD fueron efectivas en cuanto a la disminución de errores por cada dimensión, se utilizó el siguiente criterio de decisión: si al hallar el coeficiente de error, este supera el 0,7, se señalará que las SD fueron efectivas para la disminución de los errores en cada indicador, en caso contrario no fue efectivo. Para hallar el coeficiente de error se usó la siguiente fórmula: $E = (E_a - E_d) / E_{max}$, donde E_a , es la cantidad de errores antes de la aplicación de las SD,

Ed es la cantidad de errores después de la aplicación de las SD y Emax, es el máximo entre los dos.

Para determinar si las SD fueron efectivas para disminuir cada tipo de error, se sumaron los errores de cada tipo, si el coeficiente de error es mayor de 0,7, se dirá que las SD fueron efectivas para disminuir ese tipo de error, en caso contrario no fueron efectivas.

Tabla 3. Cálculo del coeficiente de error por indicador

Dimensión	Ea				Ed				E			
	Ese	Esi	Er	Ec	Ese	Esi	Er	Ec	Ese	Esi	Er	Ec
1. Traslado símbolo verbal	9	36	0	0	0	4	0	0	1	0,89	0	0
2. Traslado gráfico símbolo	5	85	0	0	7	33	0	0	-0,29	0,61	0	0
3. Traslado símbolo símbolo	41	0	0	0	26	0	0	0	0,37	0	0	0
4. Operaciones combinadas	0	12	0	32	3	0	8	0	0	0,75	0	0,75
5. Resolución de problemas	1	6	4	2	0	0	8	0	1	1	-0,5	0
6. Fracciones equivalentes	33	0	0	0	2	0	0	0	0,94	0	0	0

Donde:

Ea: errores del grupo antes del tratamiento

Ed: errores del grupo después del tratamiento

Ese: errores semánticos

Esi: errores sintácticos

Er: errores de razonamiento

Ec: errores de cálculo

E: coeficiente de error.

Fuente: Elaboración propia.

La efectividad para la disminución de errores por dimensión, para cada tipo de error se analiza a partir de los datos de la Tabla 3, y se resume en el Cuadro 3.

Donde aparece la palabra SÍ, se observó que las SD fueron efectivas para disminuir significativamente los errores en el indicador y en el tipo de error correspondiente; en donde aparece la palabra NO, se observó que las SD no fueron efectivas y donde aparece X, el tipo de error correspondiente no aplica al indicador.

Cuadro 3. Disminución de errores por dimensión

Dimensión	Error Semántico	Error Sintáctico	Error de Razonamiento	Error de Cálculo
1. Traslado símbolo verbal	SÍ	SÍ	X	X
2. Traslado gráfico símbolo	NO	NO	X	X
3. Traslado símbolo símbolo	N	X	X	X
4. Operaciones combinadas	X	SÍ	X	SÍ
5. Resolución de problemas	SÍ	SÍ	NO	X
6. Fracciones equivalentes	SÍ	X	X	X

Fuente: Elaboración propia.

Después del cálculo del coeficiente del error para cada tipo de error (ver Tabla 4), se puede concluir que después de la aplicación de las SD, la disminución de los errores fue significativa para los errores de tipo sintáctico y de cálculo, y no fue significativa para los errores semánticos y de razonamiento.

Tabla 4. Cálculo del coeficiente del error por tipología

Tratamiento	ESE	ESI	ER	EC
Antes	226	174	4	37
Después	74	56	8	8
E	0,67	0,68	- 0,51	0,78

Fuente: Elaboración propia.

La disminución o persistencia de algunos errores se debió a que en las SD se desarrollaron o descuidaron algunas actividades, las cuales se describen a continuación. Los errores semánticos y sintácticos de la dimensión uno, traslado de representación simbólico verbal, disminuyen pues los alumnos amplían su vocabulario en cuanto a como nombrar las fracciones.

En la dimensión dos, traslado de representación: gráfica-simbólica, los errores semánticos y sintácticos no disminuyen pues hay dificultades en identificar un punto de la recta real con una fracción y en simbolizar con una fracción impropia, un gráfico del tipo torta.

En la dimensión tres, traslado de representación: simbólica-simbólica, los errores semánticos persisten pues los alumnos no entienden la equivalencia entre decimales y fracciones y porcentajes y fracciones.

En la dimensión cuatro, operaciones combinadas, los errores sintácticos y de cálculo son superados pues los alumnos cometen menos errores al operar los

números enteros y adquieren destrezas en la utilización de otros métodos para operar fracciones.

Los errores semánticos y sintácticos de la dimensión cinco, resolución de problemas, disminuyen y esto se evidencia porque son capaces de escribir la solución, iniciando ciertas estrategias que podrían resolver el problema, pero al no concretar la respuesta correcta, los errores de razonamiento persisten.

Los errores semánticos en la dimensión seis, fracciones equivalentes, disminuye pues casi todos los alumnos logran responder correctamente la definición de fracciones equivalentes y completar igualdades entre fracciones. Por otro lado, a pesar de haberse observado muchos cambios cualitativos en las respuestas de los alumnos, aún cuando disminuyen los errores sintácticos y de cálculo, los errores semánticos y de razonamiento persisten.

Para concluir, en la Tabla 3 se observa que para algunas dimensiones, el coeficiente del error es negativo, pues al haber más respuestas, aumentan, evidentemente, la cantidad de errores.

d) Análisis de contenido

Para efectuar este análisis, se determinaron las cantidades de respuestas correctas e incorrectas de cada pregunta del cuestionario (ver Cuadro 4), además se hizo una clasificación de las respuestas, tanto para las correctas como las incorrectas en donde se determinó la cantidad de alumnos que establecieron cada tipo de respuesta. Por otro lado, en algunos casos se hizo una descripción y un análisis cualitativo de las respuestas, para los ítems del cuestionario, antes y después de la aplicación de las SD.

A continuación se describen las respuestas por cada ítem, antes y después de la aplicación de SD:

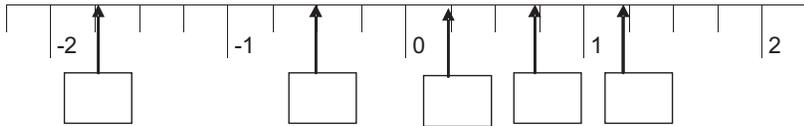
Ítem número uno:

Antes de la aplicación de las SD (ASD): 20 de las respuestas del grupo de estudio fueron correctas, dos de los alumnos al nombrar las fracciones hacían alusión de la operación de división, por ejemplo en vez de escribir siete décimos, escribieron siete sobre diez. 3 de los alumnos hacen referencia a las posiciones de los números, en el mismo ejemplo escribieron siete sobre diez. Cometieron errores tales como, que al denominador 12 lo denotan como docena, al número mixto "2 1/8" lo denotan como dos por un octavo, lo entienden como la multiplicación de un natural por una fracción.

Después de la aplicación de las SD (DSD): todos los alumnos respondieron correctamente, 10 alumnos utilizaron varios nombres para designar la misma fracción, por ejemplo siete décimos fue nombrado como siete veces la décima parte de la unidad y la décima parte de siete veces la unidad. 2 alumnos persisten nombrar el numerador sobre el denominador y los otros tipos de errores fueron eliminados.

Competencias procedimentales adquiridas durante la aplicación de situaciones didácticas referidas a las fracciones

Cuadro 4. Cuestionario aplicado a la muestra

<p>1.- ¿Cómo se leen las siguientes fracciones? (si conoces varias formas de leerlas escríbelas todas las que conozcas)</p> <p>a) $\frac{1}{3}$ _____ b) $\frac{1}{12}$ _____</p> <p>c) $\frac{7}{10}$ _____ d) $\frac{8}{7}$ _____</p> <p>e) $2\frac{1}{8}$ _____</p>	
<p>2.- En una mezcla de cemento que se preparó, por cada dos sacos de cemento se utilizaron 6 sacos de arena. Si se usaron 9 sacos de arena en total ¿Cuántos sacos de cemento se usaron en total? Si realizas alguna operación, escríbela</p>	
<p>3.- ¿Qué parte de la unidad representa la parte rayada? (contesta en el segmento a continuación de cada gráfico)</p> <p> a) _____</p> <p> b) _____</p>	
<p>4.- ¿Qué fracción representa cada uno de los puntos señalados en la recta real?</p> <p></p>	
<p>5.- Se sabe que 0,5 y $\frac{1}{2}$ representan la mitad de la unidad. Explique cuál es la relación entre los dos números. Si realizas alguna operación, escríbela.</p>	
<p>6.- Expresar las siguientes expresiones en términos de porcentajes: Si realizas alguna operación, escríbela</p> <p>a) La mitad del precio de un kilo de arroz _____</p> <p>b) Las tres cuartas partes de una torta _____</p> <p>c) El uno y un quinto de tu salario _____</p>	
<p>7.- Resuelva lo siguiente:</p> <p>a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-4}{3}\right) =$</p> <p>b) $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} - \frac{5}{8} =$</p>	
<p>8.- Resuelva el siguiente problema: Una llave se abre para llenar con agua un tanque cilíndrico de dos metros de altura en 10 horas, otra llave lo llena en 12 horas y otra en 15 horas ¿A qué altura llegará el agua en el tanque si las tres llaves se abren juntas durante una hora?</p>	
<p>9.- Completa las siguientes igualdades:</p> <p>a) $\frac{27}{12} = \frac{9}{\quad}$ b) $\frac{2}{\quad} = \frac{6}{\quad}$ c) $\frac{5}{3} = \frac{\quad}{\quad}$ d) $\frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{4}$ e) $3 = \frac{\quad}{4}$ f) $\frac{2}{5} = \frac{10}{\quad}$</p>	

Fuente: Elaboración propia.

Ítem número dos:

ASD: de las 18 respuestas correctas, 5 no justifican, 2 aplican regla de tres, 2 usan fracciones equivalente, 2 escriben las respuestas en forma de razón, 3 usan la división y 4 usan proporciones. Dentro de las 5 respuestas incorrectas aplican estrategias erradas tales como: establecen fracciones equivalentes, regla de tres y razones.

Es interesante observar la diversidad de estrategias que utilizan los alumnos, entre ellas tenemos: fracciones equivalentes, matrices, proporciones, regla de tres y sumas.

DSD: fueron 25 las respuestas correctas, donde se aplican regla de tres, proporciones y divisiones.

Ítem número tres:

ASD: en la parte *a* hubo 17 respuestas correctas y 6 respuestas incorrectas. En la parte *b* solo 2 responden correctamente y 19 incorrectamente; entre estas últimas encontramos: $\frac{3}{3} \frac{1}{3}$, $\frac{3}{4} \frac{1}{4}$, $1 \frac{1}{3}$, $\frac{3}{3} \frac{1}{1}$, $\frac{3}{3} \frac{2}{3}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{4}{6}$

Se observa que en la segunda parte, se manejan como elementos de la fracción, las partes rayadas y no rayadas.

DSD: en la parte *a* 25 responden correctamente, pero en la parte *b* solo 17 responden correctamente y 8 responden incorrectamente, donde la gran mayoría entiende los gráficos por separado.

Ítem número cuatro:

ASD: en la partes *a*, *b*, *c*, *d* y *e* se observaron 0, 5, 0, 1, 1 respuestas correctas y 14, 9, 14, 12, y 8 respuestas incorrectas. Entre los errores que cometen se encuentran que denotan el número como decimal, los valores negativos son denotados como positivos, si el número *a* denotar esta entre 0 y 1, lo escriben como mayor que 1 y si el número *a* denotar esta entre 1 y 2, lo escriben como menor que 1

Esta pregunta es de un alto grado de complejidad, pues más de 12 alumnos no responden. Es de hacer notar que los alumnos no usan el número cero como entero, sino como fracción $\frac{0}{2}$, $\frac{0}{3}$, hay números enteros expresados en forma fraccionaria $\frac{2}{2}$, $\frac{1}{1}$, $1 \frac{1}{1}$. Hubo seis alumnos que colocan 2 ó 3 fracciones nulas a varios puntos de la recta real. Estas respuestas incoherentes hacen pensar que los alumnos no razonan sus respuestas

DSD: en la partes *a*, *b*, *c*, *d* y *e* se observaron 3, 8, 5, 7, 4 respuestas correctas y 6, 5, 7, 6, y 7 respuestas incorrectas, respectivamente y no respondieron entre 13 y 17 alumnos; se considera esta pregunta de un alto grado de complejidad

Ítem número cinco:

ASD: Esta es una pregunta de alto grado de complejidad, pues 15 no la responden y ninguna la responde correctamente; entre las 15 respuestas incorrectas, 3 establecen que la diferencia es que, un número es fracción y otro decimal, 2 dicen que representan la misma cantidad y 10 que al dividir 1:2 resulta 0,5.

Competencias procedimentales adquiridas durante la aplicación de situaciones didácticas referidas a las fracciones

DSD: fueron 10 las respuestas correctas, donde explican la equivalencia entre $5/10$ y $1/2$ y otro explica que dos veces esos números representan la unidad. 12 fueron las respuestas incorrectas, donde expresan que al dividir 1:2 resulta 0,5.

Ítem número seis:

ASD: en la parte *a* 15 responden correctamente, en la parte *b*, 11; y en la parte *c*, 3; dentro de las respuestas incorrectas de las partes *a* y *b*, se encuentra que los alumnos representan las fracciones, no los porcentajes y en la parte *c*, escribieron $1 \times 1/5$, 11, $1/5$, 1,5%, 20%, 21%, 100% y 10%. Se observa que muchos alumnos confunden las fracciones con porcentajes.

DSD: en la parte *a* 24 responden correctamente, en la parte *b*, 22; y en la parte *c*, 12; dentro de las respuestas incorrectas de la parte *c*, escribieron 60%, mas del 100%, 10%, $1+20\%$ y 1,2.

Se observa que la conversión de fracciones a porcentajes, tiene mayor grado de dificultad para las fracciones impropias.

Ítem número siete:

ASD: en la parte *a* solo hubo 6 respuestas correctas, donde todas coinciden en multiplicar primero, luego suman multiplicando en X y algunos simplifican. Hubo 16 respuestas incorrectas, donde se aplica la propiedad distributiva, cometen errores en la multiplicación y suma de signos, al multiplicar las fracciones lo hacen en X y algunos suman numeradores y denominadores. En la parte *b*, hubo 14 respuestas correctas, donde utilizan la agrupación de términos sin explicitarla, aplican el método en X y el m.c.m. para sumar fracciones, y hubo 9 respuestas incorrectas, donde suman numeradores y denominadores, suman numeradores y multiplican denominadores, colocan el mismo numerador (si coinciden) y restan denominadores y en la suma de fracciones, en el numerador colocan los productos cruzados y suman denominadores.

Los errores de cálculo son diversos y además se deben agregar errores de sintaxis, pues no respetan el signo de igualdad. Se observa que no hay criterio en cada alumno para aplicar determinado procedimiento, por ejemplo, si en las dos partes de la preguntas suman fracciones, en las dos partes aplican procedimientos inadecuados distintos

DSD: En la parte *a*, hubo 15 respuestas correctas, en las cuales 6 aplican el método en X y simplifican, aplican el m.c.m. de los denominadores y 9 aplican fracciones equivalentes. Hubo 10 respuestas incorrectas, donde primero restan y luego multiplican. En la parte *b* hubo 25 respuestas correctas, donde utilizan como métodos de solución los mencionados anteriormente (parte *a*); es de hacer notar que varios alumnos agrupan términos, aplicando la propiedad asociativa

Se notó una gran disminución de errores de cálculo en las dos partes, algunos alumnos integraron en sus conocimientos el método de fracciones equivalentes, que no fue aplicado antes del tratamiento, pero persisten los errores sintáctico al no utilizar adecuadamente el signo de igualdad y errores en cuanto la asignación de prioridad en las operaciones.

Ítem número ocho:

ASD: Solo hubo 3 respuestas correctas, donde dos suman las fracciones aplicando el m.c.m. y dan la respuesta correcta y uno hace las conversiones a centímetros. Hubo 7 respuestas incorrectas, donde aplican erradamente la regla de tres, por tanteo intentan llegar a la respuesta usando un cuadro donde expresan lo que llena cada llave por hora, realizan conversiones a centímetros erradas, hallan expresiones decimales equivalentes a $2/10$, $2/12$ y $2/15$, pero las sumaron mal y suman 15, 10 y 12 y dividen entre 3 y concluye $12 \frac{1}{3}$. En las respuestas incorrectas se observan razonamientos errados y errores de cálculo.

DSD: hubo 15 respuestas correctas, donde la gran mayoría halla la fracción de tanque que llena cada llave en dos horas y suman, obteniendo $\frac{1}{2}$ metro de altura, otro hizo las conversiones a centímetros y otro aplicó regla de tres. 8 fueron las respuestas incorrectas y entre las estrategias de solución encontramos: dividieron los tres tiempos entre 2, hallan la fracción de tanque que llena cada llave en una hora y suman, obteniendo $\frac{1}{4}$ de metro de altura, otros dividen $2:1/4$, otros aplican regla de tres inadecuadamente, otro divide $15:60$ obteniendo $4 \frac{0}{60}$ y otros dan como respuesta el tiempo.

Se observa que el grupo sigue manteniendo dificultades en cuanto a la resolución de problemas, pues muestran razonamientos errados, pues las estrategias utilizadas son inadecuadas, aunque en 5 respuestas se muestra cierta direccionalidad hacia la solución.

Ítem número nueve:

ASD: En las partes *a*, *b*, *c*, *d*, *e* y *f*, se observaron 16, 16, 9, 13, 10 y 12 respuestas correctas y 2, 3, 5, 1, 5 y 5 respuestas incorrectas, respectivamente

DSD: se observa que casi todos, más de 24 alumnos, logran éxitos en los seis ítems. El procedimiento para hallar fracciones equivalentes es dominado por casi todos.

Conclusiones y Recomendaciones

1. Al observar las interpretaciones iniciales de los alumnos antes de la aplicación de las SD, se pudo observar que el grupo obtuvo un alto porcentaje de respuestas correctas, mayor de 70%, en la dimensión denominada traslación de representación simbólica a la representación verbal.

2. Al observar los resultados de aprendizaje de los alumnos después de la aplicación de las SD, se puede observar que el grupo obtuvo un alto porcentaje de respuestas correctas, mayor de 70%, las dimensiones denominadas: resolución de problemas, traslado de representación: simbólico-verbal, operaciones combinadas, y fracciones equivalentes.

3. Al determinar la efectividad de las SD, éstas además de reflejarse en un alto porcentajes de respuestas correctas en cuatro dimensiones, mencionadas en la conclusión anterior, la efectividad también se traduce en cambios cualitativos tales como:

Competencias procedimentales adquiridas durante la aplicación de situaciones didácticas referidas a las fracciones

a) Adquisición de destrezas en cuanto a hallar fracciones equivalentes, operar fracciones.

b) Ampliación del vocabulario formal al dar la respuesta. Los alumnos hacen alusión al nombre de la fracción que corresponde a la respuesta.

c) Unificación de criterios, por parte de cada alumno, en cuanto a los algoritmos utilizados en las operaciones de suma y resta de fracciones.

Por otro lado, la baja efectividad de las SD, se observa en la poca destreza al traducir de la representación gráfica al símbolo, y relacionar los números decimales con fracciones decimales, a éste respecto el alumno entiende la expresión decimal equivalente a una fracción como el resultado de dividir los elementos que la componen y no como otra forma rotacional de representar una parte de la totalidad.

4. Al comparar las interpretaciones de los alumnos antes y después de la aplicación de las SD, se observaron cambios tales como:

a) Antes de su aplicación los alumnos en la solución de los problemas no especificaban la respuesta; después de su aplicación, lo hacen algunos, pues en las SD se plantea que cada acción ejecutada por el alumno debe ir acompañada de una justificación o argumentación con base teórica, que provee la Matemática.

b) Antes de su aplicación se observó que el vocabulario de los alumnos era muy reducido para nombrar las fracciones; después de la aplicación algunos alumnos son capaces de expresar hasta tres formas diferentes de nombrar las fracciones.

c) Antes de la aplicación algunos alumnos confunden el número mixto con el producto de un natural por una fracción, después de la aplicación no lo hacen.

d) Antes de la aplicación se aplican métodos pocos formales para resolver problemas pero provistos de mucha creatividad; después de la aplicación los métodos aplicados se adecuan a los vistos en clase, son métodos más formales.

e) Antes de la aplicación la gran mayoría de los alumnos utilizaron el método en X para sumar fracciones; después de la aplicación usaban otros métodos, entre ellos el de fracciones equivalentes.

f) Antes de la aplicación los alumnos cometían errores al operar números enteros; después de la aplicación esto fue superado.

g) Antes de la aplicación varios alumnos sumaban fracciones de diversas formas, por ejemplo sumaba numeradores y denominadores y posteriormente multiplicaba en X, es decir, cada alumno no tenía un criterio único para aplicar una operación específica entre fracciones, por lo que no poseen algoritmos para sumar fracciones; después de la aplicación esto desaparece.

h) Antes de la aplicación algunos alumnos no respetan la sintaxis del signo de igualdad; después de la aplicación esto persiste en pocos alumnos.

5. Para el diseño de las situaciones didácticas el error es un insumo importante, por dos razones, por un lado los alumnos pueden retomarlos como oportunidades de aprendizaje y por el otro lado, el docente puede usarlos como un indicador del proceso de aprendizaje del alumno, por lo que puede conducir la plani-

ficación de éste. Para el diseño de las SD del 2004 y para determinar la efectividad de la misma, los errores que cometieron los alumnos antes de ser sometidos a estas, constituyeron uno de los insumos principales para su diseño, porque gracias al cálculo del coeficiente del error, para varios indicadores, se pudo determinar el grado de efectividad de las mismas para cada indicador.

Por otro lado, la realización de este trabajo de investigación permite hacer las siguientes recomendaciones:

1. Debido a la gran cantidad de información que se maneja en el contenido referido a las fracciones, se observó que las cuatro semanas no alcanzan para implementar las actividades planificadas, como por ejemplo no se trabajaron los porcentajes ni el ordenamiento de fracciones, y no se profundizó en la representación gráfica de las fracciones en la recta real. Por tal motivo se recomienda que se reestructure la asignatura de Fundamentos de Matemática para trabajar el tema de los números racionales en mayor profundidad, pues como se mencionó en el planteamiento del problema, este tema se desarrolla en los programa de Matemática de Educación Básica desde tercer grado hasta octavo grado y los alumnos de la Licenciatura en Educación, Mención Matemática y Física, deben egresados para formar a los alumnos de séptimo y octavo grado, en este tema.

Así mismo, por lo antes mencionado se deben reestructurar los programas de Matemática I y II de la Licenciatura en Educación, Mención Básica Integral, para que de igual manera los alumnos que egresen de ella, salgan preparados para formar a los alumnos de tercer a sexto grado, en este tema

2. Debido a la baja efectividad que mostró las SD en algunas dimensiones, se deben desarrollar situaciones que fortalezcan:

- a) Representación de fracciones en la recta real
- b) Resolución de problemas
- c) Traslación de representación gráfica al símbolo y del símbolo al símbolo

3. Aunque para algunas dimensiones las SD mostraron efectividad en la disminución de errores semántico, sintáctico, de razonamiento y de cálculo, para otros no mostró efectividad, por lo cual se debe seguir profundizando en el diseño de la misma y buscar estrategias para minimizar estos errores. Por la teoría se sabe que los errores son provocados por obstáculos, pues bien se deben diseñar actividades para detectarlos y lograr que los alumnos tomen conciencia de ellos para que minimicen los errores.

4. Las SD desarrolladas en clase fueron diseñadas para dotar a los alumnos de herramientas para justificar formalmente algunas situaciones problemáticas, pero se observó que antes de su aplicación algunos alumnos desarrollaron métodos pocos formales para resolver problemas pero provistos de mucha creatividad, y después de su aplicación los métodos utilizados se adecuan solo a los vistos en clase. Esta situación es preocupante, pues uno de los objetivos de la Educación Matemática debe ser desarrollar la creatividad del individuo, no limitarla. En este sentido debe hacerse una revisión de la Ingeniería Didáctica a este respecto.

Referencias Bibliográficas

- Dickson, Linda; Brown, Margaret y Gibson, Olwen (1991). **El aprendizaje de las matemáticas**. Editorial Labor S.A. España.
- Farfán, Rosa (1995). **Ingeniería didáctica, un estudio de la variación y cambio**. Grupo Editorial Iberoamericano. México.
- Maza, Carlos (1995). **Aritmética y representación: De la comprensión del texto al uso de materiales** (Primera Edición). Editorial Paidós. México.
- Maza, Carlos (1999). “Equivalencia y orden: la enseñanza de la comparación de las fracciones”. **Revista Suma**. Número 31. España (Pp. 87-95).
- Mercier, Alain y Salin Marie (1988). **Taller: El análisis a priori**. Material no publicado de apoyo de la V Escuela de Verano realizada en Francia 1988; Traducido por la Dra. Blanca Quevedo. Francia.
- Quevedo, Blanca (1998). Teoría de las situaciones didácticas. Doctorado de Ciencias Humanas de la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad del Zulia, Material de apoyo del Seminario: Didáctica de las Matemáticas. Venezuela.
- Quevedo, Blanca (1999). **El funcionamiento del error en el aprendizaje de las matemáticas**. Doctorado de Ciencias Humanas de la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad del Zulia; Material de apoyo del Seminario: Didáctica de las Matemáticas. Venezuela.
- Ríos, Yaneth (2001). **Algunos elementos sobre la enseñanza de las fracciones**. Trabajo de ascenso para optar a la categoría de agregado de la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad del Zulia. Venezuela.
- Segovia, Isidoro y Rico, Luis (1999). “Unidades didácticas. Organizadores”. **Revista de Educación Matemática**; Volumen 13; Número 2. México (Pp. 83-104).