



## ESTUDIO DE MODELOS SIMPLIFICADOS PARA MÁQUINAS BÍPEDAS PLANARES

(Study of simplified models for planar biped machines)

Angel Villalobos

Universidad Rafael Belloso Chacín - Venezuela

### RESUMEN

El presente trabajo ofrece una visión sistemática del caminar en máquinas bípedas del tipo planar. Los tópicos tratados incluyen una explicación simplificada del caminar bípedo en autómatas planares usando la teoría del péndulo invertido, así como los conceptos básicos para el desarrollo de un modelo físico de caminante bípedo, el cual tiene la característica fundamental de abordar el problema del avanzar hacia delante de forma individual, evitando las complicaciones inherentes derivadas del balance lateral. La metodología utilizada es del tipo documental y el objetivo principal es de plantear los fundamentos teóricos para reducir la complejidad de la dinámica bípeda. Como resultado se establecen las cinco (5) condiciones mínimas requeridas para que un bípedo planar pueda caminar, tomando en cuenta que los requerimientos para los controladores de los bípedos caminantes pueden ser satisfechos a través de la dinámica natural del sistema del mecanismo utilizado para lograr el movimiento.

**Palabras clave:** Máquinas bípedas, Dinámica rotacional natural, Estrategias de control, Actuador

### ABSTRACT

The present work offers a systematic vision of the problem of walking in biped machines of planar type. The treated topics include an simplified explanation of biped walking in planar machines using the basic theory of the inverted pendulum, as well as concepts for the development of a physical model of biped planar walker, which has the fundamental characteristic to approach the problem of walking towards in an individual form, avoiding the inherent complications derived from the lateral balance. The used methodology is of the documentary type and the primary target is to raise the theoretical foundations to reduce the complexity of biped dynamics. As result the five (5) minimum required conditions are settle down so a planar biped can walk, having in mind that the requirements for the controllers of the biped walkers



can be satisfied through the system natural dynamics mechanism used to obtain the movement.

**Key words:** Biped machines, Natural rotational dynamic, Control strategies, Actuator

## INTRODUCCIÓN

El ser humano es un sistema extremadamente complejo y eficiente. El análisis de los procesos humanos y la idea de máquinas con forma humana son ancestrales. Los primeros estudios de movimientos humanos fueron realizados dentro del período 1870-1920 por los fotógrafos Marey y Gilbreth y Eadweard Muybridge. Desde entonces, la construcción de un robot humano, se ha convertido en el santo grial que los científicos han intentado alcanzar por años.

El caminar humano se ha estudiado extensivamente desde el punto de vista médico. Sin embargo, todavía se carece de bastante información cuantitativa: algunas medidas son imposibles de obtener porque necesitaría insertarse sensores dentro del paciente humano. De allí que la robótica puede ser una manera sintética de explicar cómo camina el ser humano.

Las investigaciones relacionadas con robots humanoides constituyen uno de los tópicos más apasionantes en el campo de la robótica. Muchos de estos trabajos se enfocan en la obtención de una máquina bípeda real, la cual pueda de manera dinámica, realizar la transferencia de la masa hacia los soportes, evitando el colapso de la misma.

Actualmente existen en el mundo cerca de 20 millones de máquinas bípedas caminantes e incluso capaces de correr [1], cifra que puede parecer asombrosa si se tiene en cuenta que aún no se sabe con certeza cómo estas pueden hacer su trabajo, pero gracias al desarrollo de este cúmulo de máquinas los investigadores han ganado conocimientos sobre la biomecánica del caminar y los patrones de movimiento de los músculos.

Recientemente los ingenieros se han avocado a la construcción de máquinas bípedas más eficientes, rápidas y balanceadas. Estas máquinas y sus controles tienen enormes potenciales para producir cambios en la vida diaria, así como para sugerir nuevos experimentos.

En este documento se estudian las diferentes teorías para el caminar bípedo planar de las máquinas, las cuales no consideran el balance lateral,



es decir, se asume que el cuerpo o masa del robot se encuentra en un plano tal que sólo existen fuerzas hacia delante o atrás, obteniendo razonables simplificaciones en las ecuaciones que rigen el movimiento durante la transferencia del soporte.

## ANTECEDENTES

Del cúmulo de trabajos desarrollados, existe un grupo de ellos que han servido para sentar las bases del caminar bípedo planar, los cuales se mencionarán a continuación.

Para comenzar, se debe mencionar que los investigadores de la Universidad de Waseda han trabajado en la obtención de una máquina bípeda desde el año 1969. Han logrado construir una serie de robots bípedos; los primeros unos caminadores con balance estático, y más recientemente (finales de la década de los 90) robots con balance dinámico. Los algoritmos de los bípedos desarrollados en esta universidad dependen de la ejecución de la repetición de trayectorias de las uniones de cadera, rodillas y tobillos preestablecidas con el fin de producir una simulación de las trayectorias de posición de momento de inercia cero, propio de los seres humanos y de la mayoría de los animales bípedos.

Existe también un desarrollo bípedo importante, presentado por Kajita et al. [2]. El robot en cuestión es un bípedo planar con seis grados de libertad. Un modelo dinámico simplificado fue usado, el cual asume que las piernas poseen masa despreciable, la masa superior del cuerpo se consideró como un elemento rígido de inercia y el robot camina con el centro de masa a una altura constante.

En la Universidad estatal de Moscú, Grishin, A. et al [3] desarrollaron un robot bípedo planar con tan solo dos grados de libertad. Las dos piernas son controladas por un único actuador, de tal manera que la longitud total de las piernas permanece constante. Dado que este robot tiene pies puntuales, necesariamente camina de forma dinámica, mostrando un movimiento consistente con la dinámica natural.

## ESTUDIO DE MODELOS

### Comprensión del caminar bípedo

La comprensión del caminar bípedo puede tomar muchas formas. Existe un gran número de bípedos poderosos que han sido construidos por varios



grupos de investigadores en el mundo y muchos de ellos se benefician de mecanismos de dinámica natural.

En primer lugar se debe conocer el concepto de centro de masa  $\vec{P}_{com}$  y centro de presión  $\vec{P}_{cop}$ . El primero es la distancia promedio del peso de las partículas individuales de la masa del robot:

$$\vec{P}_{com} = \frac{\sum_i \vec{P}_{mi} m_i}{\sum_i m_i} \quad (1)$$

donde  $\vec{P}_{mi}$  es la localización de la partícula  $i$ , y la masa de la partícula  $i$  es  $m_i$ .

El centro de presión es la localización promedio de las presiones individuales del pie, según la ecuación:

$$\vec{P}_{cop} = \frac{\sum_i \vec{P}_{pi} p_i}{\sum_i p_i} \quad (2)$$

donde  $\vec{P}_{pi}$  es la localización del punto de presión  $i$  sobre la superficie de apoyo, y  $P_i$  es el valor de su presión. Se puede demostrar que la dinámica del caminar es muy similar a la dinámica de un péndulo invertido si el centro de masa y el centro de presión son comparados con la masa del péndulo y la masa del pivote del péndulo.

En la figura 1 se muestra una fotografía del autor caminando; es de notar la similitud entre el caminar bípedo y el péndulo invertido. En esta gráfica se muestra un péndulo dibujado sobre la imagen con el punto de pivote colocado aproximadamente en el centro de presión del pie y la masa del péndulo colocada aproximadamente en el centro de masa del cuerpo. Puede verse que hay gran similitud, por lo que al estudiar la dinámica del péndulo invertido se podrá entender mejor la dinámica del caminar bípedo.

En la figura 2 se muestra un péndulo invertido de longitud  $l$ , con un punto de masa  $m$  en su extremo. El mismo está colocado en un campo de gravedad  $g$  y no se considera fricción en el pivote. En este caso la masa corresponde a la masa del bípedo y el péndulo corresponde a su vez a las piernas.



Figura 1. Formación del péndulo invertido en seres humanos.

Por intuición puede saberse que el péndulo posee un punto de equilibrio en la posición recta y se acelerará en la dirección en la que caiga, sabiendo que mientras más lejos de la vertical se encuentre, más rápido se acelerará.

Matemáticamente esto puede ser verificado derivando las ecuaciones del movimiento de un péndulo. Al hacerlo, se puede notar que no hay torque en el punto de pivote y la única cosa que afecta el momento angular del pivote es el torque debido a la gravedad. El momento angular cerca del pivote es:

$$H_o = ml^2\dot{\theta}_1 \quad (3)$$

El cambio del momento angular debido a la gravedad es:

$$\dot{H}_o = mgl \sin(\theta_1) \quad (4)$$

Diferenciando  $H_o$  y sustituyendo, se obtienen las ecuaciones del péndulo:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{g}{l} \sin(\theta_1) \quad (5)$$

La ecuación se puede explicar de la manera siguiente. Se puede imaginar que la masa se mueve de izquierda a derecha. En este caso la masa se acelerará, convirtiendo la energía potencial en energía cinética.

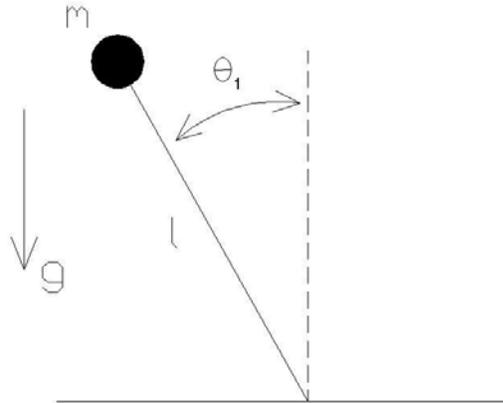


Figura 2. Péndulo invertido.

Si se asume que se añade un actuador lineal a lo largo del péndulo (ver figura 3) la fuerza en el punto de masa yace a lo largo de la pierna. La aceleración de la masa en la dirección radial depende de la fuerza del actuador  $F$ , de la fuerza gravitacional y de la fuerza centrífuga debido a la rotación del péndulo.

La dinámica en la dirección rotacional puede ser calculada como antes, excepto que esta vez la derivada del momento angular tendrá un término adicional debido a la posibilidad de la variación de la longitud del radio del péndulo. La dinámica lineal puede ser derivada sabiendo que las fuerzas a todo lo largo del péndulo incluye componentes debido al actuador ( $F$ ), debido a la gravedad y a la fuerza centrífuga.

El único efecto que el actuador de la pierna tiene sobre la dinámica rotacional es que se puede cambiar la longitud del péndulo. En el momento en que el actuador acerca la masa al pivote, la rotación se acelera, mientras que al extender la masa ésta se desacelera.

Dado que solamente la gravedad afecta el momento angular, el péndulo no permanece estable en la posición vertical. Por otro lado, asumiendo que la longitud del péndulo es diferente de cero, la utilidad de mover una masa hacia adentro y hacia fuera para controlar la rotación angular de un bípedo es limitada durante el caminar normal. Entonces la esencia del péndulo invertido se extiende al caso de un péndulo invertido con un actuador.

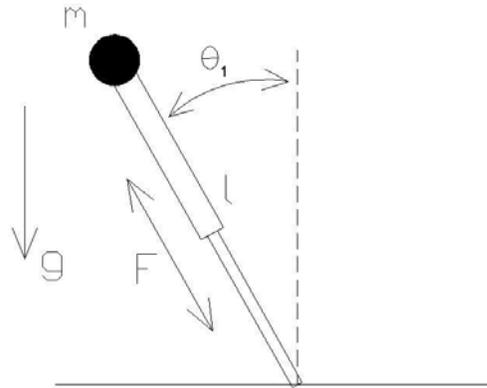


Figura 3. Péndulo invertido con actuador.

Si ahora se supone que se tienen más de un punto rotacional (articulación) como en la figura 4, se puede demostrar que la dinámica de este modelo es similar a la antes planteada.

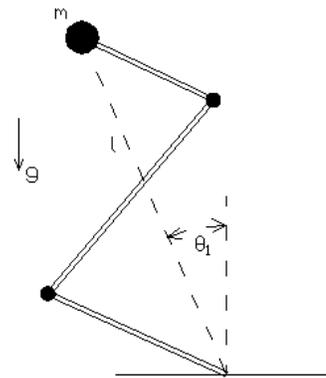


Figura 4. Masa con múltiples actuadores.

### Requerimientos mínimos

Es importante destacar que existen cinco (5) condiciones requeridas para un bípedo planar pueda caminar, estas son [4]: estabilización de la altura, estabilización de la caída, estabilización de la velocidad, localización del movimiento de la pierna y transición de soportes.

a) **Estabilización de la altura:** esto proviene del hecho que una pierna se encuentre firmemente apoyada sobre el terreno. Este es el efecto directo del hecho que la localización de la pierna y la transición de soportes funcione correctamente. Es de observar que existen muchas formas con las cuales la altura puede ser estabilizada, por lo que será explicado más adelante.

b) **Estabilización de la caída:** Como en el caso de la estabilización de la altura, la estabilización de la caída depende que el soporte de la pierna esté firmemente colocado en el suelo.

c) **Estabilización de la velocidad:** Para el caminar bípedo dinámico, es imposible controlar arbitrariamente la velocidad durante un paso dado que el centro de masa se proyecta fuera del polígono de soporte del pie durante la mayor parte del paso. A pesar que la velocidad puede ser modificada utilizando diferentes estrategias de control, se puede plantear utilizar un esquema en el cual la velocidad permanece constante una vez iniciado el movimiento.

Para el logro del objetivo típicamente se tiene como premisa el obtener técnicas para reducir la complejidad de la dinámica bípeda, concentrándose en derivar la dinámica dominante de la locomoción. Basándose de la investigación de Kajita et al. [2] es posible describir un modelo para un bípedo ideal simplificado.

En la figura 5 se muestra un modelo bípedo ideal que consiste de un cuerpo sencillo y rígido de masa  $m$ , momento de inercia  $J$ , y dos piernas de longitud variable y masa despreciable. En este punto es necesario aclarar que para este modelo las piernas deben ser lo más ligeras posible de manera tal que su momento no influya en la dinámica rotacional del robot. La longitud variable de las piernas simplemente representa la función de las rodillas.

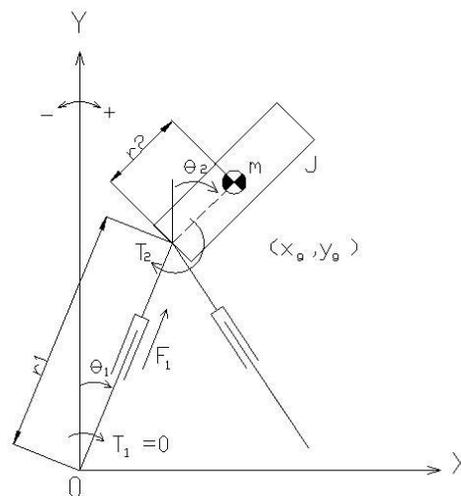


Fig. 5. Modelo bípedo ideal.

Puesto que no se asume ningún actuador en el pié, el torque angular alrededor del punto de contacto con la superficie es cero ( $T_1 = 0$ ).  $F_1$  es una fuerza aplicada a lo largo de la pierna y  $T_2$  es el torque de la cadera actuando entre las piernas y el cuerpo. Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo debido a  $F_1$  y  $T_2$  se denotan como  $F_x$ ,  $F_y$  y  $T_g$ . Estas se representan como:

$$F_x = F_1 \sin \theta_1 - \left( \frac{T_2}{r_1} \right) \cos \theta_1 \quad (6)$$

$$F_y = F_1 \cos \theta_1 - \left( \frac{T_2}{r_1} \right) \sin \theta_1 \quad (7)$$

$$T_g = -F_1 r_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + T_2 \left( \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \cos(\theta_1 - \theta_2) + 1 \right) \quad (8)$$

Para compensar la fuerza gravitacional actuando en el centro de gravedad del cuerpo, se asume que la fuerza en sentido vertical está dada por la gravedad y la masa del cuerpo, y que el cuerpo a su vez no presenta torque, es decir, mantiene un movimiento rectilíneo:

$$F_y = mg \quad (9)$$

$$T_g = 0 \quad (10)$$

Sustituyendo estas condiciones en  $F_y$  y  $T_g$  se tiene:

$$F_1 = \frac{mg(r_1 + r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2))}{r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2} \quad (11)$$

$$T_2 = \frac{mgr_1 r_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)}{r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2} \quad (12)$$

Aplicando estas fuerzas y torques, el cuerpo se mantiene en una postura constante y se logra que el caminante bípedo se mueva horizontalmente si la componente y la velocidad inicial, la velocidad angular del cuerpo son ambas igual a cero, lo cual puede observarse en la figura 6.

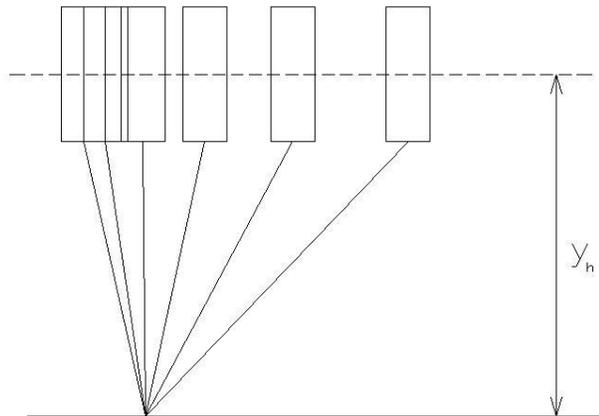


Fig. 6. Movimiento lineal.

Dado que se ha asumido que el torque en el tobillo es cero, el efecto de la fuerza gravitacional aparece en  $F_x$ , que es la fuerza que actúa horizontalmente en el centro de gravedad del cuerpo. Sustituyendo las ecuaciones (11) y (12) en (6) se obtiene:

$$F_x = \frac{mg(r_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin \theta_2)}{r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2} \quad (13)$$

de donde

$$r_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin \theta_2 = x_g \quad (14)$$

$$r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2 = y_g \quad (15)$$

por lo que

$$F_x = m\ddot{x}_g \quad (16)$$

donde  $(x_g, y_g)$  es la localización del centro de gravedad. La ecuación del movimiento del centro de gravedad es:

$$\ddot{x}_g = g \frac{x_g}{y_g} \quad (17)$$



Como ya se ha mostrado, bajo condiciones iniciales particulares, el cuerpo se mueve horizontalmente, en tal caso, se obtiene una ecuación lineal diferencial de  $x_g$ .

$$\ddot{x}_g = \frac{g}{y_h} x_g \quad (18)$$

donde  $y_h$  es la distancia vertical constante entre el centro de gravedad y la superficie. Nótese que se depende sólo de la posición del centro de gravedad y la aceleración gravitacional  $g$  no dependen de parámetros físicos del cuerpo tales como masa ( $m$ ) y momento de inercia ( $J$ ).

Según el trabajo de Gubina et al [5] el cuerpo permanece perfectamente erecto sin importar el ángulo de las piernas, la fuerza o longitud de las mismas. Una de las ventajas de este método es que no se usan aproximaciones, como resultado, pueden utilizarse las ecuaciones en áreas globales del espacio de estado y analizar el caminar del robot en pasos amplios y con gran velocidad. Esto difiere de muchos otros trabajos donde varios tipos de aproximaciones son utilizados para derivar un modelo simple.

**a) Localización del movimiento de la pierna:** Para tener éxito en el caminar bípedo, las piernas deben moverse lo más rápidamente hacia la siguiente posición de soporte, afortunadamente la localización exacta no es tan importante cuando se trabaja en un terreno plano [6].

Las dos estrategias planteadas para lograr este objetivo son:

- a. Mover las piernas a través de un servo control como una función del tiempo o como función del estado del soporte de piernas.
- b. Moviendo las piernas de forma pasiva, asegurándose de no golpear el terreno.

Esta última estrategia es interesante porque explota la dinámica natural del péndulo, como ya se estudi . Esto permite que exista el ZMP que es el punto de momento cero, el cual implica que la superficie del caminar no debe ser golpeada ya que conllevaría a generar oscilaciones, haciendo colapsar al bípedo [7].

**b) Transición de soporte:** Para caminar de forma continua en un sentido, los soportes de las piernas deben alternarse dado que una sola pierna debe soportar la masa del cuerpo por un tiempo determinado. Para el



caminar bípedo el soporte del cuerpo sobre las dos piernas y luego sobre una sola pierna y de vuelta a ambas piernas debe ocurrir en tiempos apropiados.

Las estrategias para la transición de un doble soporte a un solo soporte son:

- a. Transición a un solo soporte si el cuerpo está a cierta distancia del próximo soporte.
- b. Transición a un solo soporte si el cuerpo está más allá de cierta distancia del soporte anterior.
- c. Transición a un solo soporte luego de haber estado en doble soporte por un tiempo determinado.
- d. Transición a un solo soporte cuando la fuerza del movimiento pueda hacer que el robot caiga.

Estas estrategias pueden ser implementadas gracias a la medición de los ángulos de las articulaciones y las transiciones de soporte o calculando la cinemática del robot para la transición del centro de masa al polígono de apoyo del pie del robot.

Las estrategias de control para que el robot haga la transición de un sólo soporte a doble soporte son:

- a. Transición a doble soporte si el cuerpo esta más allá de cierta distancia de la pierna de soporte.
- b. Transición a doble soporte una vez que la pierna ha terminado de hacer su recorrido y su velocidad ha bajado.

La primera estrategia asegura que el robot hará la transición antes de que el cuerpo se encuentre muy lejos del soporte, a su vez garantiza que esta pierna soporta de forma segura el cuerpo y aún estabiliza la altura y la caída. La segunda estrategia asegura que la siguiente pierna que hará de soporte se encuentra en la posición adecuada, en el momento preciso.



## CONCLUSIONES

El proceso de caminar en dos piernas es un proceso simplificado para la mayoría de los seres humanos y animales. Dos de las características que lo hacen fácil son la robustez inherente y la dinámica natural del propio caminar.

Muchos de los requerimientos para los controladores de los bípedos caminantes pueden ser satisfechos a través de la dinámica natural del sistema del mecanismo utilizado para lograr el movimiento. Como cualquier problema ingenieril, el caminar bípedo puede ser logrado con un número diferente de técnicas, teniendo cada una sus ventajas y desventajas.

En este trabajo se han presentado las bases teóricas necesarias para acometer la construcción física de un modelo bípedo planar, basado en investigaciones realizadas a nivel de las prestigiosas universidades y entes investigadores a nivel mundial, evitando las complejidades matemáticas inherentes.

La esencia de los modelos simplificados reseñados puede agruparse de la siguiente manera:

- Si el momento angular del robot, cercano a su centro de masa, la longitud de su centro de presión al centro de masa no cambia, entonces la dinámica del robot obedece a la dinámica de un péndulo simple.
- El centro de presión del pie puede ser movido para cambiar el punto efectivo del pivote del péndulo invertido.
- Cambiando el momento de las inercias internas del robot causará un cambio igual y opuesto en el momento del centro de masa cerca del pivote efectivo del péndulo invertido.

Por ende, si se está interesado en el movimiento hacia delante del robot durante el soporte del cuerpo en una sola pierna, existen pocas opciones para escoger. En un principio puede moverse directamente el centro de presión del pie del robot. Moviéndolo hacia delante hará que el robot se mueva más lentamente que haciéndolo hacia atrás, en este otro sentido se moverá más rápidamente. Al poseer el robot su soporte fuera de la planta del pie, el centro de masa del robot se moverá hacia atrás y comenzará su caída.



Los modelos aquí mostrados son simples y de fácil explicación, evitando quedarse ahogado dentro de las matemáticas involucradas.

Se abordan las cinco (5) condiciones requeridas para que un bípedo planar pueda caminar y se dan alternativas para su implementación, bajo la premisa que el primer paso para el logro de este objetivo es la comprensión del problema lo cual acarreará una materialización más intuitiva de la máquina.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Nagasaki T., Kajita S., Kameko K., Yokoy K., Tanie K., (2004) **“A running experiment of humanoid biped”**, Proceeding of International Conference on Intelligent Robots and Systems”, pp. 515-520
- [2] Kajita, S., Yamaura, T., Kobayashi, A., (1992) **“Dynamic walking control of a biped robot along a potential energy conserving orbit”**, IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 8, N° 4.
- [3] Grishin A., Formal'sky A., Lensky A., and Zhitomirsky S., (1994) **“Dynamical walking of a vehicle with two telescopic legs controlled by two drives”**, International Journal of Robotics Research, no. 2, pp. 137–147.
- [4] Pratt, J. (2000) **“Exploiting inherent robustness and natural dynamics in the control of bipedal walking robots”**, P.H.D. Thesis.
- [5] Gubina F, Hemami H, McGhee R. (1974) **“On the dynamic stability of biped locomotion”**, IEEE Trans. Bio-Med. Eng., vol BME-21, N° 2.
- [6] S Kajita and K. Tani, (1993) **“Study of dynamic walk control of a biped robot on a rugged terrain –Derivation and application of the linear inverted pendulum mode-“**, Journal of Robotics and Mechatronics, vol. 5, N° 6.
- [7] Vukobratovic M, Frank A, Juricic D. (1970) **“On the stability of biped locomotion”**, IEEE Trans. Bio-Med. Eng., vol BME-17, N° 1. pp. 25-36