



ALGORITMO COMPUTACIONAL PARA PREDECIR EL GRADIENTE DE PRESIÓN EN POZOS VERTICALES MEDIANTE LA CORRELACIÓN DE FLUJO MULTIFÁSICO DE HAGEDORN Y BROWN

(Computational Algorithm for predicting the pressure gradient in vertical wells by correlating Multiphase Flow Hagedorn and Brown)

Recibido: 14/04/2015 Aprobado: 08/06/2015

Duarte, Luis Universidad del Zulia, Venezuela Ljduarte2@gmail.com

Duarte, María Universidad del Zulia, Venezuela mjduarte@hotmail.com

RESUMEN

La precisión en la predicción de la caída de presión esperada durante el flujo multifásico de fluido en la sarta de producción de un pozo es un problema ampliamente conocido en la industria petrolera. Son muchas las correlaciones y modelos mecanísticos que permiten estimar el gradiente de presión en pozos como las correlaciones de: Duns y Ros (2008); Orkiszewski (1967); Hagedorn y Brown (1965), Beggs y Brill (1973), Govier y col. (1999), entre otras. Cada una de ellas presentan condiciones de aplicación y consideraciones que las constituyen en aproximaciones teóricas para solucionar problemas prácticos, fundamentadas normalmente en las leyes físicas que controlan la dinámica del fluido clásico basadas en las formulaciones y soluciones de la ecuación de Navier-Stokes. El estudio del gradiente de presión que ocurre durante el flujo de fluidos multifásico en tuberías es extremadamente complejo por el gran número de variables involucradas. Por tal motivo, este artículo se basa en la realización de un programa computacional de la correlación de Hagedorn y Brown (1965), detallando científicamente el modelo matemático de la correlación generalizada de Hagedorn y Brown (1965) y la aproximación numérica con el conjunto de consideraciones y correlaciones numéricas para las propiedades de los fluidos y vacimiento, establecer el algoritmo computacional para el análisis nodal del flujo multifásico vertical en tubería, presentar el código implementado en Microsoft Excel VBA 2010 y por último validar la implementación mediante un software comercial PIPESIM 2009, como muestra de la precisión y garantía de los criterios tomados en cuenta durante el desarrollo computacional del programa. Esta implementación es muy importante porque permite predecir las pérdidas de energía del flujo de fluidos vertical en tuberías considerando todas las variables involucradas y permitiendo realizar sensibilidades numéricas para facilitar el análisis de la curva de gradiente de presión.

Palabras clave: multifásico, Hagedorn y Brown, correlación, programa computacional, dinámica del fluido.





ABSTRACT

The accurate prediction of the pressure drop expected to occur during the multiphase flow of fluids in the flow string of a well is a widely recognized problem in the petroleum industry. There are many correlations and mechanistic models that estimate pressure gradients in wells as correlations: Duns & Ros (2008); Orkiszewski (1967); Hagedorn & Brown (1965), Beggs & Brill (1973), Govier & col. (1999), etc. Each one is based on application criteria that transform it into theoretical approaches that solve practical problems, normally built on physical laws that govern the fluids dynamic through formulation and solution of Navier-Stokes equation. The study of the pressure gradients which occur during multiphase flow of fluids in pipes is exceedingly complex because of the large number of variables involved. For these reasons this article propose a software of the Hagedorn and Brown's Correlation (1965), showing the mathematical model of the Generalized Hagedorn and Brown's Correlation (1965), the numerical approach and numerical correlations of the fluids and reservoirs properties, to establish a computational algorithm for making nodal analysis of vertical multiphase flow in pipes, to make the code in Microsoft Excel VBA 2010 and finally validate the software with a commercial software PIPESIM 2009 for getting comparisons of the accurate got. This software is very important because allows to predict flow's energy drops in vertical pipes easing the analysis of the pressure gradient

Keywords: multiphase, Hagedorn and Brown, correlation, software, fluid dynamics.

INTRODUCCIÓN

En la práctica, el flujo multifásico vertical se presenta en cada sarta de producción empleada para la producción de petróleo. En tal sentido, se hace necesario predecir el gradiente de presión de flujo multifásico vertical para seleccionar correctamente las sartas, predecir las tasas de flujo y diseñar las instalaciones de levantamiento artificial.

La mayoría de los avances en búsqueda de soluciones se han realizado desde la publicación del artículo de Poettmann y Carpenter en 1952. La mayoría de los modelos usan alguna forma general de la ecuación de energía.

El gradiente de presión o el cambio de presión con respecto a la longitud para flujo multifásico vertical es la suma de tres factores contribuyentes: (1) el gradiente de presión hidrostático, (2) el gradiente de presión por fricción y (3) el gradiente de presión por aceleración. Los efectos de reacciones químicas entre las fases son despreciados, sin embargo, se consideran los factores como viscosidad, tensión superficial, densidad, entre otros.

Algunas de las correlaciones más importantes que han contribuido significativamente para la predicción del gradiente de presión son las realizadas por: Duns y Ros (2008); Orkiszewski (1967); Hagedorn y Brown (1965), Beggs y Brill (1973), Govier y col. (1999), entre otras.





En este artículo se desarrollará un programa computacional en Microsoft Excel VBA 2010, a código abierto, empleando la correlación de Hagedorn y Brown original (1965), detallando la metodología, el modelo matemático y el algoritmo empleado para lograr la predicción del gradiente de presión de flujo multifásico en pozos verticales

CORRELACIÓN GENERALIZADA DE HAGEDORN Y BROWN

Hagedorn y Brown (1965) realizaron un esfuerzo para obtener una correlación generalizada que incluyera todos los rangos posibles de tasas de flujo, un amplio rango de relaciones gas petróleo (RGP), todos los diámetros de tubería comunes y el efecto de las propiedades de los fluidos.

Consideraciones de la correlación:

La correlación de Hagedorn y Brown (1965) se basó en datos experimentales obtenidos en un pozo vertical de 1500 pies de profundidad, se empleó aire como fase gaseosa, se tomaron en cuenta cuatro tipos de líquidos: agua y crudo de 10, 20 y 110 cps, para diámetros nominales de tuberías de 1.0, 1.25 y 1.5 pulgadas, el hold up de líquido y los patrones de flujo no fueron medidos durante su estudio, sin embargo, los investigadores presentaron una correlación para estimar un seudo hold up de líquido.

MODELAJE MATEMÁTICO

El gradiente de presión se encuentra dado por:

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta H}\right)_T = \left(\frac{\Delta P}{\Delta H}\right)_e + \left(\frac{\Delta P}{\Delta H}\right)_f = \frac{\rho_s}{144} + \left(\frac{12}{144}\right)\frac{f\rho_{ns}^2 V_m^2}{2g_c \rho_s d}$$
(1)

La velocidad de mezcla está definida mediante la siguiente ecuación:

$$V_m = V_{sl} + V_{sg} = \frac{5.615q_o}{86400A_t} + \frac{q_g}{86400A_t}$$
(2)

Como se observa en la ecuación 2, Beggs y Brill (1973) establecieron que la velocidad superficial de una fase dada se define como la tasa de flujo volumétrica de la fase dividida por el área de la sección transversal de flujo.

La densidad y la viscosidad de la mezcla pueden determinarse mediante las siguientes expresiones:

$$\rho_s = \rho_l H_l + \rho_g (1 - H_l) \tag{3}$$

$$\rho_{ns} = \rho_l \lambda_l + \rho_g (1 - \lambda_l) \tag{4}$$

$$\mu_s = \mu_l H_l + \mu_g (1 - H_l) \tag{5}$$



La determinación del holdup líquido (factor de entrampamiento de líquido) es necesaria e importante para la posterior determinación del gradiente de presión. Para esto, la correlación de Hagedorn y Brown (1965) sugiere el uso de tres gráficos, para las cuales es necesaria la determinación de cuatro números adimensionales, como se presentan a continuación:

$$N_{\nu l} = 1.938 V_{sl} \sqrt[4]{\frac{\rho_l}{\sigma_l}}$$
(6)

$$N_{vg} = 1.938 V_{sg} \sqrt[4]{\frac{\rho_l}{\sigma_l}}$$
⁽⁷⁾

$$N_D = \left(\frac{120.872}{12}\right) d^2 \sqrt{\frac{\rho_l}{\sigma_l}}$$
(8)

$$N_l = 0.1572 \mu_l \sqrt[4]{\frac{1}{\rho_l \sigma_l^3}}$$
(9)

SIMPLIFICACIÓN DEL MODELADO

Obtenidos los números adimensionales, debe ser corregida la magnitud del número de viscosidad líquida, N_I, para ello se presenta el Gráfico 1.

Gráfico 1. Corrección del número de viscosidad líquida



Fuente: Hagedorn y Brown (1965).



Para darle continuidad al algoritmo de programación, se desarrollaron las correlaciones matemáticas que generalizarán la curva presentada en el Gráfico 1. Para esto, se tabularon datos extraídos de la misma, se graficaron en Microsoft Excel 2010 y se agregó una línea de tendencia que mejor ajustara y representara el comportamiento gráfico y analítico de esta curva, obteniendo:

$$N_{lc} = 0.0104 [1.163 - e^{-6.407N_l}]$$
⁽¹⁰⁾

Una vez hallado el valor de N_{Ic}, debe determinarse la siguiente relación:

$$\frac{N_{vl}P^{0.1}N_{lc}}{N_{vg}^{0.575}P_a^{0.1}N_D}$$
(11)

La magnitud obtenida mediante la ecuación 11 se emplea para entrar en el Gráfico 2 y poder hallar el valor de la relación H_{l}/ψ , que se muestra a continuación conjuntamente con su correlación:

 $\frac{H_l}{\Psi} = \frac{0.0745 * 0.000841 + 1.0728x^{0.884}}{0.000841 + x^{0.884}}$

Gráfico 2. Relación para hallar un seudo hold up

(12)



Fuente: Hagedorn y Brown (1965).

Donde x, para la ecuación 12 representa el valor obtenido mediante la ecuación 11.

Según Hagedorn y Brown (1965), el valor del parámetro Ψ puede determinarse mediante el Gráfico 3, empleando la relación que se muestra a continuación:



Fuente: Hagedorn y Brown (1965).

Mediante la siguiente correlación que bien modela el comportamiento gráfico de esta curva puede determinarse el parámetro Ψ , empleando la siguiente correlación matemática:

$$\psi = \frac{0.97471888 * 0.0102865321 + 1.7467011 * Z^{3.8462631}}{0.01028655 + Z^{3.8462631}}$$
(14)

Donde Z, es el valor del parámetro obtenido mediante la ecuación 13. Finalmente, el holdup líquido puede determinarse así:

$$H_l = \psi\left(\frac{H_l}{\psi}\right) \tag{15}$$

La temperatura de fondo fluyente varía, según la tasa de flujo que circule a través de la tubería de producción y según el gradiente geotérmico, para esto se presenta a continuación el Gráfico 4, que permite estimar el gradiente de temperatura de fondo fluyente (Baxendell y Thomas, 1961).



Fuente: Baxendell y Thomas (1961).

A continuación se presentarán dos correlaciones numéricas obtenidas de este gráfico, para un diámetro de tubería de 2.5 pulgadas, el gradiente de temperatura fluyente viene dado por:

Para gradiente geotérmico = 0.6 (Gg = 0.6):

 $G_{TF} = 0.0000005q_b^2 - 0.0002q_b + 0.5964$

(16)

(18)

Para gradiente geotérmico = 0.8 (Gg = 0.8)

 $G_{TF} = 0.000000002q_b^3 - 0.00000009q_b^2 - 0.0003q_b + 0.8028$ (17)

Es importante resaltar que para el Gráfico 4, anterior, se realizaron correlaciones para cada gradiente geotérmico, y que se presentarán en el código computacional mostrado en el apéndice.

ANÁLISIS DE LA VELOCIDAD DE DESLIZAMIENTO (SLIP VELOCITY)

Se define como la velocidad relativa que existe entre dos fases que circulan a través de un mismo conducto, matemáticamente se expresa:

 $V_s = V_{sg} - V_{sl}$





Condición de no deslizamiento (No Slip):

Bajo esta condición, la velocidad superficial del líquido es igual a la velocidad superficial del gas; y por tanto, el factor de entrampamiento es igual al factor de resbalamiento, definido así:

$$V_{sl} = V_{sg} \tag{19}$$

$$H_l = \lambda_l \tag{20}$$

$$\rho_s = \rho_l H_L + \rho_g (1 - H_L) \tag{21}$$

$$\rho_{ns} = \rho_l H_L + \rho_g (1 - H_L) \tag{22}$$

$$\mu_s = \mu_l H_L + \mu_g (1 - H_L) \tag{23}$$

Condición de deslizamiento (Slip):

Bajo esta condición, la velocidad superficial del líquido es menor a la velocidad superficial del gas; y por tanto, el factor de entrampamiento es mayor al factor de resbalamiento, definido así:

$V_{sl} < V_{sa}$	(24)
·si ·sy	(= -)

$$H_l > \lambda_l \tag{25}$$

$$V_{sg} = V_s + V_{sl} \tag{26}$$

$$\lambda_l = \frac{V_{sl}}{V_{sl} + V_{sq}} \tag{27}$$

$$\rho_s = \rho_l H_L + \rho_g (1 - H_L) \tag{28}$$

$$\rho_{ns} = \rho_l \lambda_L + \rho_g (1 - \lambda_L) \tag{29}$$

$$\mu_s = \mu_l H_L + \mu_g (1 - H_L) \tag{30}$$

PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

Para el caso de las propiedades de los fluidos, se emplearon correlaciones numéricas establecidas en la literatura, considerando sus criterios de aplicabilidad en cada caso.

Según Burcik (1979), se emplearon las siguientes correlaciones numéricas para la determinación de las propiedades tanto del petróleo como del gas:

Para determinar la presión de burbujeo se empleó la siguiente correlación:



$$\mu_{od} = 10^{\frac{10^{(3.0324 - 0.02023API)}}{T^{1.163}}} - 1 \tag{38}$$





$$\mu_{om} = [10.715(R_s + 100)^{-0.515}] \left[\mu_{od}^{(5.44(R_s + 150))^{-0.338}} \right]$$
(39)

$$\mu_{ol} = 0 \tag{40}$$

Según Banzer (2005), para P > Pb, Crudo Subsaturado, se tienen las siguientes correlaciones:

$$R_s = RGP \tag{41}$$

Correlación numérica de Standing:

$$B_{ob} = 0.9759 + 12 \times 10^{-5} \left[R_{sb} \sqrt{\frac{\lambda_g}{\lambda_o}} + 1.25T \right]^{1.2}$$
(42)

Correlación numérica de Vásquez y Beggs:

$$C_o = \frac{-1433 + 5R_s + 17.2\text{T} - 1180\lambda_g + 12.61\text{API}}{(P + 14.7)10^5}$$
(43)

Correlación numérica de Standing:

$$B_o = B_{ob} e^{[C_o(P_b - P)]}$$
(44)

Correlación numérica de Beggs y Robinson (1975):

$$\mu_{od} = 10^{\frac{10^{(3.0324 - 0.02023API)}}{T^{1.163}}} - 1$$
(45)

$$\mu_{om} = 0 \tag{46}$$

Correlación numérica de Beal:

$$\mu_o = \mu_{ob} + [0.001(P - P_b)][0.024\mu_{ob}^{1.6} + 0.038\mu_{ob}^{.56}]$$
(47)

Cálculo de las tasas de flujo volumétrico

$$Q_w = q_b \left(\frac{\% A y S}{100}\right) \tag{48}$$

$$Q_o = q_b \left(\frac{100 - \% A y S}{100}\right) \tag{49}$$

$$Q_g = Q_0 (RGP - R_s) - Q_w R_{sw}$$
⁽⁵⁰⁾







(63)

Una vez determinadas todas estas variables y parámetros, se aplica la ecuación 1, para hallar el gradiente de presión multiplicando cada sección de tubería por la longitud de la sección, para hallar la presión en cada intervalo de tubería

ALGORITMO COMPUTACIONAL DE LA CORRELACIÓN DE HAGEDORN Y BROWN PARA UNA SECCIÓN DE TUBERÍA

Metodología para construir las curvas de gradiente:

Pueden presentarse dos casos:

1. A partir de un valor conocido de P_i , se puede estimar un nuevo valor de P_{i+1} y T_{i+1} para una nueva sección de tubería:

- Es necesario conocer valores de h=h(P, T),

- Se requiere de un procedimiento de ensayo y error para obtener la solución,

- El criterio de convergencia se basa sobre la estimación de h=h (P, T).

2. Si el perfil de temperatura es conocido, entonces a partir de un valor conocido de Pi, se puede estimar un nuevo valor de Pi+1 para una nueva sección de tubería:

- La solución también requiere de un procedimiento de ensayo y error el cual se destaca en Flujograma mostrado a continuación (Gráfico 5).

Algoritmo detallado:

1. Iniciar con un valor conocido de presión, asumir un valor de ΔP y calcular la presión $P_{2^{\text{.}}}$

2. Calcular Presión promedio (Pp).

3. Calcular las propiedades de los fluidos y del yacimiento (γ_o , γ_g , M, w, ρ_l , ρ_g , μ_l , μ_g , γ_l), números adimensionales (N_l, N_{lv}, N_{gv}, N_d) y Φ , λ Pp.

4. Obtener H_I/Ψ , obtener γ y calcular H_I .

5. Calcular N_{Re} y ξ/d .

6. Obtener f.

7. Calcular $\rho_m(H_I)$ y $\rho_m(\gamma)$.



8. Comparar $\rho_m(H_l)$ y $\rho_m(\gamma)$:

8.1. Si $\rho_m(H_I) < \rho_m(\lambda)$ entonces $\rho_m = \rho_m(\lambda)$,

8.2. Si $\rho_m(H_I) > \rho_m(\lambda)$ entonces $\rho_m = \rho_m(H_I)$.

- 9. Calcular Vsg y Vsl, a P1 y P2, y determinar Δ (Vm)².
- 10. Calcular Δh:
 - 10.1 Si la $\Sigma\Delta h < L$ entonces P₁ = P₂ y regresar al paso 2,

10.2 Si la $\Sigma\Delta h$ > L entonces P₂ = $\Sigma \Delta P$.

FLUJOGRAMA DEL ALGORITMO DETALLADO

A continuación, se detalla el flujograma, describiendo aún mejor el funcionamiento del algoritmo:



Gráfico 5. Representación esquemática del algoritmo de programación de la correlación de Hagedorn y Brown





Depósito Legal: PPX200102ZU2313 / ISSN: 1856-6189. Volumen 14 Edición No 2 Julio – Diciembre 2015





ANÁLISIS Y RESULTADOS

Comparaciones del Modelo:

La evaluación de este estudio se basó en la comparación de la correlación de Hagedorn y Brown (1965) corrida en un software comercial PIPESIM 2009 y la misma correlación generada por el programa computacional en Microsoft Excel VBA 2007 de este proyecto, y adicionalmente se consideraron los siguientes parámetros estadísticos como son:

$$E_{1} = \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}e_{ri}\right)100$$
(64)

$$E_2 = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} |e_{ri}|\right) 100$$
(65)

$$E_3 = \sqrt{\left(\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} \left(e_{ri} - \frac{E_1}{100}\right)^2\right) 100}$$
(66)

Donde N representa el número de datos, y el error e_{ri} está dado por:

$$e_{ri} = \frac{E_{cal,i} - E_{meas,i}}{E_{meas,i}} \tag{67}$$

Los datos tabulados obtenidos se presentan en las Tablas 1 a la 4, mostrando las propiedades de os fluidos, del yacimiento y la configuración mecánica considerados para realizar las corridas en cada programa; los resultados obtenidos para cada corrida; así como los cálculos estadísticos considerados.

Se observa que se obtuvo un % de error absoluto entre la correlación por el programa computacional y PIPESIM 2009, del 4.945%

En los Gráficos 6 al 7 se muestran los datos para cada corrida, tanto en el programa desarrollado con Microsoft Excel VBA 2010, como en PIPESIM 2009, es importante mencionar que las propiedades físicas, de los fluidos y de yacimientos consideradas son iguales para cada simulación de la correlación de Hagedorn y Brown (1965).





Tabla 1. Condiciones y propiedades de los fluidos, yacimiento y configuración mecánica considerados

Pwh (Lpc) =	100,00
Tsup (°F) =	80,00
Ty (°F) =	170,00
D (pies) =	5.500,00
qb (BPD) =	700,00
AyS (%) =	10,00
RGP (pcn/bn) =	600,00
API (°) =	32,00
Sgg (adim) =	0,60
Sgw (adim) =	1,00
S (ppm) =	0,00
dt (pulg) =	2,5
e (pies) =	0,00050

Fuente: elaboración propia.

Tabla 2. Resultados tabulados obtenidos luego de una corrida en el programadesarrollado con Microsoft Excel VBA 2010

	Рр (Lpc) - VBA 2010	D (pies)
104,34		50,00
195,00		1.000,00
296,30		2.000,00
396,74		3.000,00
519,34		4.000,00

Fuente: elaboración propia.

Tabla 3. Resultados tabulados obtenidos luego de una corrida en el programa PIPESIM 2009

Рр (Lpc) - PS2009	D (pies)
95,00	50,00
177,66	1.000,00
282,06	2.000,00
396,74	3.000,00
520,30	4.000,00

Fuente: elaboración propia.





Tabla 4. Resultados estadísticos obtenidos

E1	4,891
E2	4,965
E3	4,945

Fuente: elaboración propia.

Gráfico 6. Resultados obtenidos luego de una corrida en el programa desarrollado con Microsoft Excel VBA 2010



Fuente: elaboración propia.

Depósito Legal: PPX200102ZU2313 / ISSN: 1856-6189. Volumen 14 Edición No 2 Julio – Diciembre 2015



Gráfico 7. Resultados obtenidos luego de una corrida en el programa PIPESIM 2009



Fuente: elaboración propia.

Gráfica 8. Comparación de los resultados obtenidos con el programa PIPESIM 2009 y el desarrollado en Microsoft Excel VBA 2010



Fuente: elaboración propia.





Efecto de las Correlaciones Numéricas:

La diferencia porcentual obtenida como error puede deberse a las correlaciones y algoritmo computacional empleados para estimar las propiedades de los fluidos y del yacimiento

Efecto del Número de Iteraciones:

También es un factor que contribuye al error absoluto porcentual el número de iteraciones para la cual se llevó a cabo cada corrida; mientras mayor sea el número de iteraciones mayor precisión en los resultados

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El programa desarrollado en Microsoft Excel VBA 2010, considerando el algoritmo y el modelo presentado, predice con mucha precisión el gradiente de presión.

Se emplearon datos de campo para validar la uniformidad y consistencia tanto del modelo matemático como del algoritmo computacional, obteniendo un error absoluto porcentual de apenas 4.945%.

Caracterizar con mucha rigurosidad los valores de entrada y las correlaciones empleadas para entrar a los gráficos y estimar el hold up.

NOMENCLATURAS

 $(\Delta P/\Delta H)_T$ = Gradiente de presión total, Lpc/pies

 $(\Delta P/\Delta H)_e$ = Gradiente de presión por elevación, Lpc/pies

 $(\Delta P/\Delta H)_f$ = Gradiente de presión por fricción, Lpc/pies

 ρ_s = Densidad de deslizamiento de la mezcla, Lbm/pies³

 ρ_{ns} = Densidad de no deslizamiento de la mezcla, Lbm/pies³

f = Factor de fricción, adimensional

V_m = Velocidad de la mezcla, pies/s

g_c = Factor gravitacional, 32,2 Lbf.pies/Lbm.s²

d = Diámetro de tubería, pulgadas

 V_{sl} = Velocidad de superficial del líquido, pies/s

V_{sg} = Velocidad superficial del gas, pies/s

q_o = Tasa de flujo volumétrico de petróleo, BYPD





- q_g = Tasa de flujo volumétrico de gas, PCYD
- A_t = Área transversal de la tubería, pulgadas²
- ρ_{I} = Densidad del líquido, Lbm/pies³
- ρ_g = Densidad del gas, Lbm/pies³
- H_I = Factor de entrampamiento de líquido (holdup), fracción
- λ_{I} = Factor de resbalamiento, fracción
- µI = Viscosidad del líquido, cps
- μ_g = Viscosidad del gas, cps
- N_{vl} = Número de velocidad líquida, adimensional
- N_{vg} = Número de velocidad del gas, adimensional
- N_D = Número del diámetro, adimensional
- N_I = Número de líquido, adimensional
- σ_{I} = Tensión Interfacial del líquido, dinas/cm
- N_{lc} = Número de líquido corregido, adimensional
- P = Presión del sistema, Lpc
- P_a = Presión atmosférica, 14,7 Lpca
- P_{b} = Presión de burbujeo, Lpc
- Ψ = Parámetro de correlación matemática
- G_{TF} = Gradiente de temperatura fluyente, °F/pies
- V_s = Velocidad de deslizamiento, pies/s
- P_b = Presión de Burbuja, Lpca
- R_{sb} = Solubilidad del gas, PCN/BN
- T = Temperatura del sistema, °F
- API = Gravedad del hidrocarburo, adimensional
- Z_P = Factor de desviación del gas, adimensional





- λ_o = Gravedad específica del petróleo, fracción
- λ_g = Gravedad específica del gas, fracción
- B_o = Factor volumétrico del petróleo, BY/BN
- B_{ob} = Factor volumétrico del petróleo a P_b, BY/BN
- B_w = Factor volumétrico del agua, BY/BN
- B_g = Factor volumétrico del gas, PCY/PCN
- µod = Viscosidad del petróleo muerto, cps
- μ_{ol} = Viscosidad del petróleo vivo, cps
- RGP = Relación Gas-Petróleo, PCN/BN
- C_o = Compresibilidad del petróleo, Lpc⁻¹
- Q_o = Tasa de flujo volumétrica de petróleo bruto, BNPD
- Q_w = Tasa de flujo volumétrica de agua bruta, BWPD
- Q_q = Tasa de flujo volumétrica de petróleo bruto, PCNPD
- %AyS = Porcentaje de agua y sedimento, porcentaje
- f_o = Fracción volumétrica de petróleo, fracción
- fw = Fracción volumétrica de agua, fracción
- N_{RE} = Número de Reynolds, adimensional
- e_d = Factor de rugosidad relativo, adimensional
- D = Profundidad, pies

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arteaga, J. (2004). Evaluación de pérdidas de presión en flujo multifásico en pozos horizontales de crudos extrapesados. Tesis de Grado. Maestría en Ingeniería de Petróleo. Universidad Central de Venezuela, Venezuela.

Banzer, C. (2005). Correlaciones numéricas P.V.T. Venezuela. Universidad del Zulia.

Baxendell, P. y Thomas, R. (1961). The calculation of pressure gradients in high-rate flowing wells. Journal of Petroleum Technology. Volumen 13, edición 10. (Pp. 1023-1028).





- Beggs, H. y Brill, J. (1973). A study of two-phase flow in inclined pipes. Journal of Petroleum Technology. Volumen 25, edición 05 (Pp. 607-617).
- Beggs, H. y Brown, K. (1977). The technology of artificial lift methods. Estados Unidos. Volume PennWell Books.
- Beggs, H. y Robinson, J. (1975). Estimating the viscosity of crude oil systems. Journal of Petroleum Technology. Volumen 27, edición 09. (Pp. 1140-1141).
- Burcik, E. (1979). Properties of petroleum reservoir fluids. Estados Unidos. International Human Resource Development Corporation.
- Duns, H. y Ros, N. (2008). Vertical Flow of Gas and Liquid Mixtures in Wells. 16th World Petroleum Congress. Alemania.
- Govier, G.; Aziz, K. y Fogarasi, M. (1999). Pressure Drop in Wells Producing Oil and Gas. Journal of Canadian Petroleum Technology. July-September. (Pp. 38-48).
- Hagedorn, A. y Brown, K. E. (1965). Experimental study of pressure gradients occurring during continuous twophase flow in small diameter vertical conduits. Journal of Petroleum Technology. Volumen 17, edición 04. (Pp. 475-484).
- Poettmann, F. y Carpenter, P. (1952). Multiphase flow of gas, oil, and water through vertical flow strings with application to the design of gas-lift installations. Drilling and Production Practice. Número 1. (Pp. 257–318).