



Modelado matemático de un vehículo a ero no tripulado tipo ala fija categoría mini clase II

(Mathematical modeling of an unfiltered air vehicle type to the fixed mini class ii category)

Andres Taborda

Metro de Lima, Perú.

andrestaborda1@gmail.com

Kenneth Rosill n

Universidad Privada Dr. Rafael Belloso Chac n

krosillon@urbe.edu.ve

Resumen

La presente investigación tuvo como finalidad principal desarrollar el modelado matemático de un vehículo a ero no tripulado tipo ala fija categoría mini clase II. La misma se sustentó teóricamente en autores como Valavanis (2007), Hernández, Fernández y Baptista (2003) y Ljung (1991), para la variable de estudio modelo matemático de un vehículo a ero no tripulado. La investigación fue de tipo descriptiva, con un diseño no experimental. La población y caso de estudio fue definido por una unidad de análisis representada por una Plataforma A era de Ala Fija Cessna 182, bajo simulación con el programa Clear View RC. La metodología utilizada en la investigación conto con 4 fases: (1) Identificar las variables dinámicas que rigen la altitud de un vehículo a ero no tripulado a través de una descripción de las variables de entrada, salida y constantes que influyen en el vuelo de un ala fija. (2) Establecer los escenarios experimentales para estudiar el modo de vuelo definido por las maniobras del vuelo tales como el ascenso, descenso, vuelo recto y otros. (3) Determinar los modelos paramétricos utilizando datos de vuelo adquiridos por simulación que permitan representar los modelos matemáticos como ARX, ARMAX, OE, BJ y no lineales que mejor se ajusten al comportamiento del vehículo a ero no tripulado y (4) Validar los modelos matemáticos seleccionados para garantizar la fiabilidad de los resultados que permitan emular la operatividad del sistema obteniendo estabilidad en las maniobras de vuelo modelos lineales y no lineales de grado superior. Se recomienda para un estudio futuro la puesta en práctica de los modelos obtenidos junto a diferentes métodos de control, para probarlos en vuelos reales con vehículos tipo ala fija e incluso adquirir datos de vuelo reales por medio de sensores y/o dispositivos de adquisición de datos acoplados al vehículo a ero no tripulado, con los cuales ajustar y seleccionar mejores modelos matemáticos

Palabras Claves: Vehículo a ero no tripulado, ala fija, técnicas de control, modelado matemático



Abstract

The main purpose of this research is to develop the Mathematical Modeling of a Fixed Wing Type Unmanned Aerial Vehicle Category Mini Class II. It will be supported theoretically by authors such as Valavanis, K (2007), Hernández, Fernandez y Baptista (2003), and Ljung (1991) for the variable of mathematical model study of an unmanned aerial vehicle. The research is descriptive, with a non-experimental design, the population and case study was defined by a unit of analysis which was a Cessna 182 Fixed Wing Aerial Platform under simulation with the Clear View RC program. The methodology to be used in the research with 4 phases: (1) Identify the dynamic variables that govern the altitude of an unmanned aerial vehicle through a description of the input, output and constant variables that influence the flight of an aircraft. fixed wing, (2) Establish the experimental scenarios to study the flight mode. defined by flight maneuvers such as ascent, descent, straight flight and others, (3) Determine the parametric models using flight data acquired by simulation that allow us to represent mathematical models such as ARX, ARMAX, OE, BJ and non-linear which best suit the behavior of the unmanned aerial vehicle and (4) Validate the selected mathematical models to guarantee the reliability of the results. Which will allow to emulate the operability of the system obtaining stability in the maneuvers of flight linear and nonlinear models of superior degree. It is recommended for a future study the testing of the models obtained together with different control methods to test them on real flights with fixed wing vehicles and even acquire real flight data by means of sensors and / or coupled data acquisition devices to the unmanned aerial vehicle, with which to adjust and select better mathematical models

Keywords: Unmanned aerial vehicle, fixed wing, control techniques, mathematical modeling

Introducción

Los Vehículos Aéreos No Tripulados (UAVs) también conocidos como sistemas de vehículos aéreos no tripulados, han tenido un amplio desarrollo en los últimos años gracias a la gran diversidad de aplicaciones en las cuales pueden ser utilizados, tanto en ámbitos militares como civiles. La historia de los UAVs da sus primeros pasos en la Primera Guerra Mundial en 1917, pero estos no presentaban confianza y exactitud en las tareas designadas para el diseño de la época, lo cual los dejó con poco uso que a su vez se tradujo en poco reconocimiento por líderes militares y políticos (Valavanis, 2007)

Los UAVs, aparte de una gran diversidad de aplicaciones, también cuentan con una alta gama de modelos como los de ala fija y los de ala rotativa, algunos conocidos como aviones y otros como helicópteros respectivamente, pero además, también se observan diferencias en algunas maniobras y alcances que puede tener cada modelo; por ejemplo, un mayor alcance en altura y autonomía de vuelo para los aviones, lo cual contrasta con los helicópteros que realizan maniobras más agresivas e incluso, el poder posicionarlo en un punto específico suspendido en el



aire, condición imposible para cualquier modelo de aviones. También varian en la capacidad de levantamiento de cargas según la tarea designada (Barrientos, 2007)

En el desarrollo de investigaciones basadas en UAVs se ha hecho necesario el estudio del modelo a tener en consideración. La investigación en curso se concentra en modelos de UAVs Tipo Ala Fija Categoría Mini Clase II y se le dio un enfoque teórico buscando conocer el comportamiento de la aeronave. Para ello se consideraron todos los factores posibles en un vuelo, desde el arranque y despegue, pasando por maniobras en el aire y culminando con un aterrizaje.

Se debe insistir en la idea de que todo ese comportamiento se puede regular a través de diferentes métodos de control que permitan a la aeronave seguir un set point deseado; es decir, mantener una altura, seguir una ruta, establecer una maniobra deseada, entre otras. Pero para conseguir esta meta de control, siempre son necesarios pasos previos, siendo uno de los más importantes la descripción matemática de todas las maniobras descritas para llegar a regularlas con técnicas apropiadas de control (Valavanis, 2007).

Bajo estas premisas, el futuro de los sistemas de control para un UAV tipo ala fija en un principio depende, de un correcto modelo matemático que pueda describir de forma muy fidedigna cualquier comportamiento deseado para la aeronave. Conociendo sus limitaciones se pueden ajustar las respuestas de la aeronave a través de técnicas de control conocidas como de control óptimo, control robusto, control inteligente, control adaptativo, ya que esta clase de sistemas cuenta con varias entradas y salidas a ser reguladas, como velocidad, que depende de tracción de un motor y sus hélices constructivas que realizan las maniobras que cambiarían el ángulo y la orientación de la aeronave en función de superficies de control que est n en la aeronave como alerones, elevadores y cola.

Es por ello, que en esta investigación se plantean modelados matemáticos para un UAV de tipo ala fija categoría mini clase II, que permitan describir diferentes factores tales como velocidad, posición, movimiento según los ejes y velocidades angulares. Para ello se definió la metodología, el diseño y los procedimientos a cumplir durante el desarrollo de la investigación, acerca de algunos modelos matemáticos para un vehículo aéreo tipo ala fija.

Objetivo de la investigación

Desarrollar un Modelado Matemático de un Vehículo Aéreo No Tripulado Tipo Ala Fija Categoría Mini Clase II

Metodología

Para Cerda (2002) el diseño de una investigación sirve para designar el esbozo, esquema, prototipo, modelo o estructura que indica el conjunto de decisiones, pasos, fases y actividades por realizar en el curso de la misma. Al respecto, este estudio se abord  con un diseño no experimental, es decir, los datos fueron recolectados sin intervenir en el ambiente en el cual se desarrollaron y sin manipulación de la variable.

Según Sabino (2002), la investigación descriptiva es aquella que "radica en describir algunas características fundamentales de conjuntos homogéneos de



fenómenos. Las investigaciones descriptivas utilizan criterios sistemáticos que permiten poner de manifiesto la estructura o el comportamiento de los fenómenos en estudio, proporcionando de ese modo información sistemática y comparable con la de otras fuentes". Según Arias (2010) "los estudios descriptivos miden de forma independiente las variables, y aun cuando no se formulen hipótesis, las primeras aparecerán enunciadas en los objetivos de la investigación".

Por tal motivo, éste trabajo de investigación se considera de tipo descriptivo, ya que se caracterizaron todos los parámetros involucrados en el diseño y conceptualización de un vehículo aéreo no tripulado como su peso, dimensiones, características de vuelo, los diferentes métodos matemáticos para el estudio de sus comportamientos, así como la validación de los sistemas utilizados con los cuales se llegó a un resultado.

A su vez, según Hernández, Fernández y Baptista (2003) cuando "el estudio busca el porqué de los hechos, estableciendo relaciones de causa - efecto", basándose en la técnica de investigación que se emplea, ya que el diseño, los datos que se recolectan, la manera de obtenerlos, el muestreo y otros componentes de la investigación son distintos, lo que diferencia cada investigación, dar una respuesta teórica basada en un estudio o análisis matemático que permitirá identificar los mejores parámetros para representar un vehículo aéreo no tripulado tipo ala fija.

Resultados

Identificar las variables dinámicas que rijan la altitud de vehículos aéreos no tripulados de tipo ala fija categoría mini clase II

En esta primera fase se discutió el comportamiento fundamental de una aeronave en vuelo. Se dieron a conocer las variables involucradas en la dinámica de vuelo con despegue no vertical como el vehículo aéreo no tripulado tipo ala fija que pertenece a la categoría mini de aviones. Se describieron las propiedades y ecuaciones básicas de movimiento de una aeronave, haciendo énfasis en los componentes estructurales básicos, que posteriormente son necesarios para el diseño del sistema de control.

Las ecuaciones de movimiento son derivadas de la 2da ley de Newton la cual considera que la suma de todas las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo es igual a la medida de tiempo en el cambio del momento de un cuerpo, según el Manual de Física General (2017). Desde otro punto de vista, todas las fuerzas y momentos aplicados a la aeronave y relativa a las inercias del eje de referencia, por motivos más prácticos aplicados a la realidad y para simplificar parte del análisis, se tiene un eje de referencia fijado en el cuerpo de la aeronave, con la cual se describieron todos los comportamientos físicos y aerodinámicos.

No obstante, existen otras ecuaciones de movimiento derivadas de sistemas de referencia sin inercias, que llevan a definir un 2do sistema de referencia para la orientación relativa de la aeronave con respecto a un sistema de referencia no inercial fijado en la tierra.



Eje de Referencia en Tierra (NED) y en la Aeronave

Al considerar las ecuaciones que describen el comportamiento del vehículo, se tienen algunos de tipo estático (Cinemática) y en movimiento (Dinámica), por lo cual es importante utilizar los 2 sistemas de coordenadas mencionados y la relación entre ambos sistemas para identificar la ubicación y la forma de vuelo (actitud), en lo que se define como seis grados de libertad (6 GDL), producto de los ejes de referencia. Todas las variables descritas tuvieron como punto focal un vehículo no tripulado tipo ala fija categoría mini clase II, los cuales tienen las siguientes características básicas:

Variables de Entrada (Características Física del Avión). En la estructura externa del vehículo aéreo se encuentran los elementos primarios para realizar el ingreso de los parámetros deseados para iniciar una maniobra o mantener un vuelo estable definidos como elementos de maniobras tales como el Timón de Profundidad, Alerones, Sistema de Propulsión (Motor-Helices) y Timón de Dirección (Ver cuadro 1) que a su vez son manipulados por los mandos de control como el volante, pedales y palanca de tracción.

Cuadro 1
Ejes de Referencia, Variables y Rango

Eje de Mov.	Variables	Unidad	Mínimo	Máximo	Optimo
Xc Longitudinal	δE Elevador	Radianes	$-\pi/9$	$2\pi/9$	Variable dentro del rango operativo
XY Lat-Long	δT Tracción		--	--	
Yc Lateral	δA Alerones	Radianes	$-\pi/2$	$\pi/2$	
Zc Vertical	δR Cola	Radianes	$-\pi/6$	$\pi/6$	

Fuente: Elaboración Propia (2017)

Variables de Salida (Ángulos, Fuerzas, Momentos y Velocidades en el Cuerpo de la Aeronave). Los efectos de las variables de entrada, permiten desarrollar en el vehículo efectos aerodinámicos de movimiento que se pueden describir como parte de los ejes de referencia en el cuerpo del vehículo según se muestra en la figura 1, las velocidades lineales asociadas a los ejes de referencia así como los ángulos de Euler que se forman con el cuerpo de la aeronave y los ejes del cuerpo.

El Alabeo es un movimiento de la aeronave que se relaciona al eje Xc longitudinal de la Aeronave, donde se puede definir una velocidad lineal (V_u) y la posición relativa del vehículo $L(X)$ y el ángulo (ϕ) del vehículo con respecto al mismo eje, de igual forma se tiene movimiento de Cabeceo sobre el eje Yc transversal de la aeronave (Roncero y Gavilán, 2010) donde se puede encontrar la velocidad lineal (V_v), así como la posición del avión en M (Y) con su respectivo ángulo de incidencia (θ) finalmente tenemos el movimiento de Guiñada sobre el eje vertical Zc donde se define la velocidad V_w junto a la posición N(Z) con su angulo

(ψ), en el cuadro 2, se identifican los movimientos según los ejes de referencia, fuerza aerodinámicas y sus características físicas.

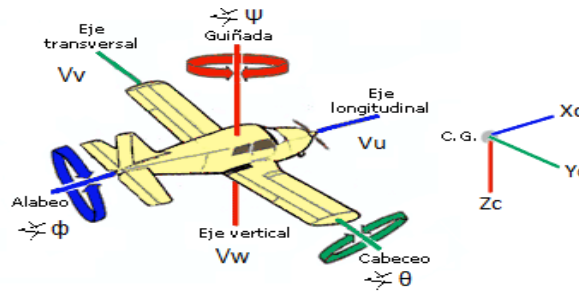


Figura 1. Ejes sobre el Cuerpo Ángulos de Euler, Velocidades Lineales Movimientos relacionados

Fuente: Elaboración Propia (2017)

Cuadro 2

Ejes de Referencia, Fuerzas Aerodinámicas y sus Características Físicas

Ejes de Referencia	Eje Xc	Eje Yc	Eje Zc
Movimientos del Avion	Roll-Alabeo	Pitch-Cabeceo	Yaw-Guiñada
Velocidad Lineal	Vu	Vv	Vw
Velocidad Angular	VP	VQ	VR
Momento-Posición	L (X)	M(Y)	N(Z)
Ángulos de Euler	Φ	Θ	Ψ
Descripción Física	Longitudinal	Lateral	Vertical
Fuerzas Aerodinámicas	Drag-Arrastre y Thrust-Tracción	Deslizamiento Lateral	Lift- Sustentación Weight-Peso

Fuente: Elaboración Propia (2017)

Luego de identificar cada fuerza aerodinámica para el vuelo del mini avión junto a los efectos que produce sobre el cuerpo de la aeronave se pueden definir, sintetizar y parametrizar los elementos más importantes sobre el movimiento dinámico del vehículo que permitirán analizar todos los posibles comportamientos con los cuales se pueden dar los diferentes movimientos del avión en un plan de vuelo y los cuáles están definidos en el cuadro 3, serán los siguientes:

Cuadro 3
Variables controladas del Vehículo Aéreo

Vector	Variable	Unidad	Mínimo	Máximo	Optimo
Posición-Momento	L(X)	M	---	---	---
	M(Y)	M	---	---	---
	N(Z)	M	---	---	---
Velocidad Lineal	v_u	m/s	---	---	---
	v_v	m/s	---	---	---
	v_w	m/s	---	---	---
Ángulos de Euler	Cabeceo (θ)	Radianes	---	$\pi/2$	---
	Alabeo (ϕ)	Radianes	---	π	---
	Guiñada (ψ)	Radianes	---	π	---
Velocidad Angular	v_p	m/s	---	---	---
	v_q	m/s	---	---	---
	v_r	m/s	---	---	---

Fuente: Elaboración Propia (2017)

Constantes. Realizado una revisión bibliográfica e incluso de algunos fabricantes de diferentes modelos como los mencionados en los cuadros anteriores se pudieron realizar algunos análisis empíricos de las características físicas de algunos vehículos aéreos no tripulados tipo ala fija, que sirvieron como referencia para definir cierto rango mínimo-máximo que permitan considerar un patrón óptimo que dependerá del tipo de aplicación y alcance que se quiera obtener de la aeronave para cumplir su objetivo, dichos valores serán mostrados en el cuadro 4 con el cual quedan definidas las características físicas.

Cuadro 4
Rango de Características Físicas Constantes de Mini UAVA la Fija

Parámetros	Unidad	Mínimo	Máximo	Optimo
Peso Neto	Kg	0,75	20	Puede variar dentro del Rango
Superficie Alar	m ²	0,1	2	
Cuerda Media Aerodinámica	M	1	2,5	
Envergadura	M	1	5,5	
Gravedad	m/s ²	9,8		
Factor de Oswald	Adim.	---	---	---
Inercia Respecto al Eje X	kg*m ²	---	---	---
Inercia Respecto al Eje Y	kg*m ²	---	---	---
Inercia Respecto al Eje Z	kg*m ²	---	---	---
Inercia Respecto al Eje XY	kg*m ²	---	---	---

Fuente: Elaboración Propia (2017)

Escenarios experimentales para el estudio de los modos de vuelo de un avión de ala Fija

A partir de la telemetría y el conjunto de datos agrupados, se establecieron las maniobras en diversos escenarios experimentales (Modelado y Validación) para la obtención de los datos que condujeron a la estructura matemática linealizada y no lineal, adecuada a través de métodos paramétricos para la aeronave de tipo ala fija. A continuación se presentan las maniobras de los vuelos ensayados, así como sus características primordiales de datos de entrada y salida de los mismos con un tiempo de muestreo de (1/120) o 0.0083 segundos equivalentes al cálculo dentro de la frecuencia mínima de Nyquist soportado por Briceño (2012).

Además, se realizó un plan para definir los vuelos que serían simulados durante la adquisición de datos que consistieron en un vuelo libre y en un set de maniobras. El experimento inicio con un vuelo libre que se utilizó para luego para desarrollar los modelos matemáticos que describen el comportamiento de la aeronave.

El vuelo inició con el despegue del avión hasta conseguir una altura suficiente para realizar un vuelo recto y así poder después añadir las maniobras seleccionadas para el estudio que fueron un círculo, un cuadrado y una pirueta para finalizar con un aterrizaje; maniobras que describen a en la figura 2. Cabe destacar que durante las maniobras el avión de ala fija tuvo variaciones en su posición en cada eje de referencia, velocidades y ángulos que sirvieron para modelar las caracterizas más apegadas a la realidad.

Así mismo, es pertinente indicar que las maniobras utilizadas fueron definidas según la Real Federación Aeronáutica Española ([RFAE], 2016) la cual realiza aeromodelismo para aviones de radio control. Esto permitió conocer maniobras agresivas bien definidas, que fueron utilizadas considerando un vuelo completo que las contemplara todas.

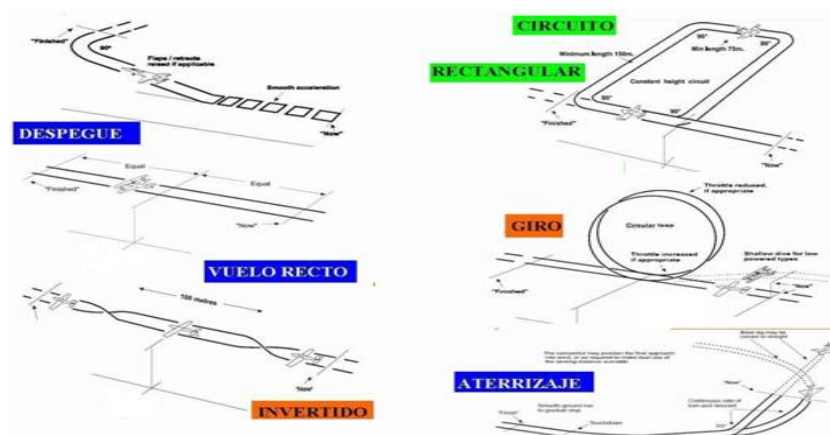


Figura 2. Maniobras de Vuelo Seleccionados para el Ala fija

Fuente: Real Federación Aeronáutica Española (2016)

Finalmente, los datos obtenidos de entrada-salida durante el vuelo con diferentes maniobras, se muestran en el gráfico 1 donde se relacionan todas las variables descritas, iniciando con el mando longitudinal que permitió observar claramente como ante cualquier perturbación mínima se visualiza una respuesta en variación del ángulo de cabeceo, que representa un movimiento aleatorio de la punta de la aeronave de arriba abajo mientras se estabiliza. De igual forma se obtuvieron datos del vuelo producto del mando vertical y del mando lateral, wn el mismo orden de ideas, se puede apreciar en el gráfico 2, que existe una relación directa entre la variación del ángulo de cabeceo con respecto a la velocidad sobre el eje x que pueda obtener la aeronave, ya que se pudo observar que la resistencia al movimiento longitudinal de la aeronave cambia con lo cual varía la velocidad.

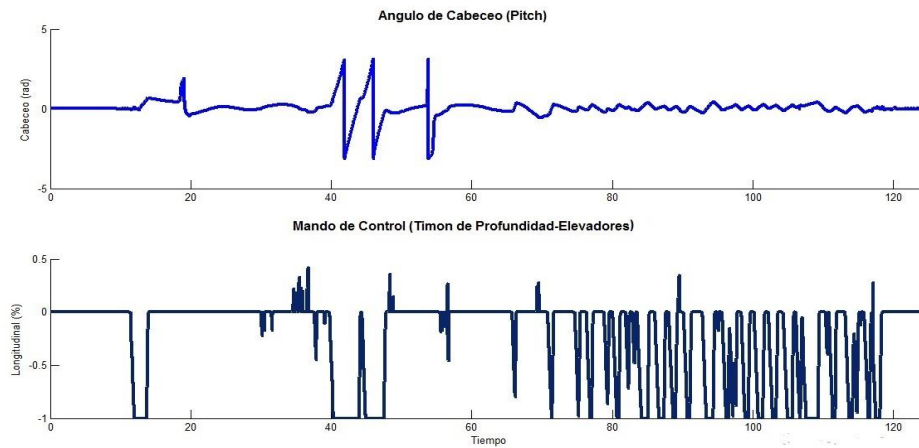


Gráfico 1. Mando Longitudinal vs Angulo de Cabeceo
Fuente: Elaboración Propia (2017)

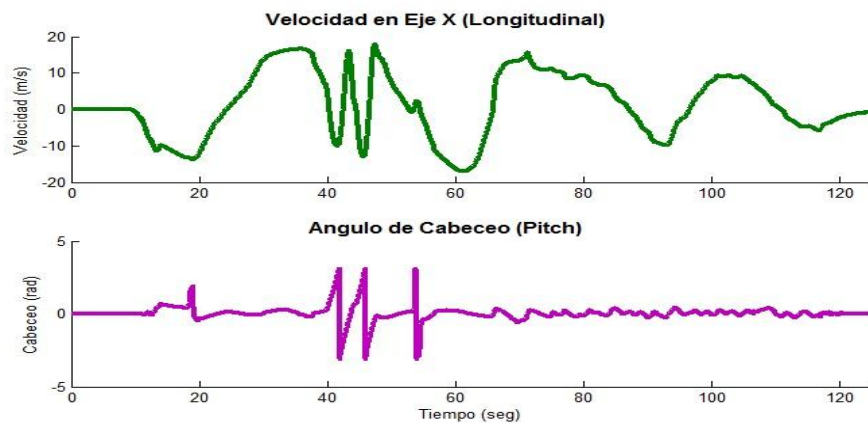


Gráfico 2. Angulo de Cabeceo vs Velocidad en Eje X.
Fuente: Elaboración Propia (2017)

Finalmente, se observó la relación existente entre la velocidad lineal de la aeronave sobre el eje C con respecto a la posición, según el desplazamiento longitudinal que puede variar en función del tiempo. Dicho comportamiento se observa en el gráfico 3 que se muestra a continuación. Seguidamente se presenta el gráfico 4, donde se analizan los datos y su comportamiento bajo el eje lateral de la aeronave y todos los elementos, comenzando nuevamente por el mando de control y alerones involucrado en el eje Y para las maniobras de la aeronave que afectan el ángulo de alabeo.

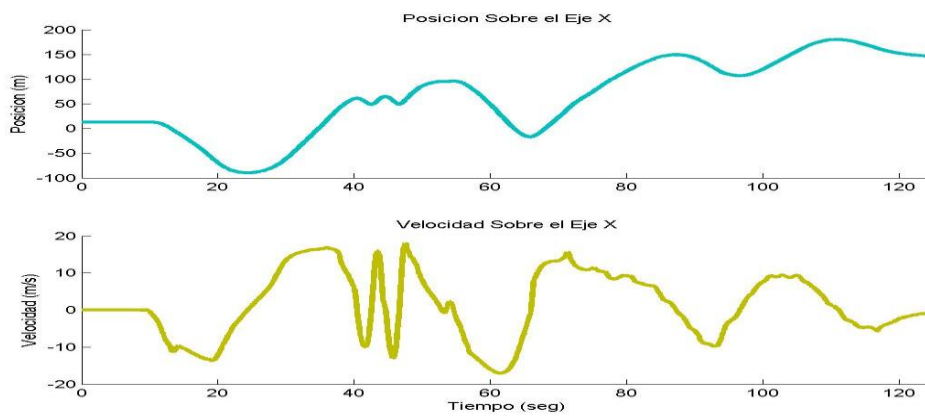


Gráfico 3. Velocidad vs Posición en Eje X
Fuente: Elaboración Propia (2017)

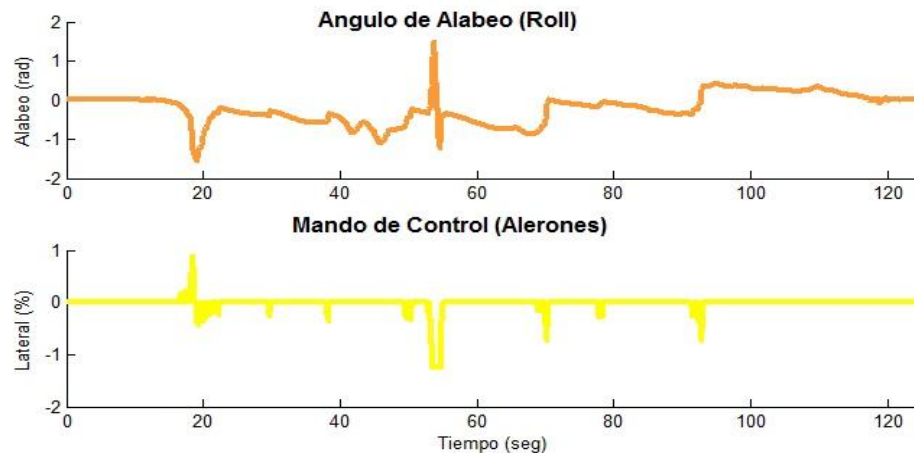


Gráfico 4. Mando Lateral vs Angulo de Alabeo X
Fuente: Elaboración Propia (2017)

Con respecto al Angulo de Alabeo vs Velocidad sobre Eje Y, teniendo en

consideración las fuerzas ejercidas sobre el eje Y, los resultados que se pueden apreciar en el gráfico 5 muestran que las variaciones del ángulo de alabeo hacen variar la velocidad en el eje Y, de manera respectiva. Como se explicó anteriormente, esto ocurre por variaciones en la resistencia respecto a este eje de referencia y las variaciones que sufre el cuerpo de la aeronave.

Por otro lado, manteniendo el orden de las ideas anteriores, en cuanto a la Velocidad vs Posición sobre Eje Y de la aeronave, se obtuvo como elemento final sobre el eje lateral (Y_c) una relación directa entre la velocidad sobre este eje y la posición o variación de la misma, tal como se puede observar en el gráfico 6.

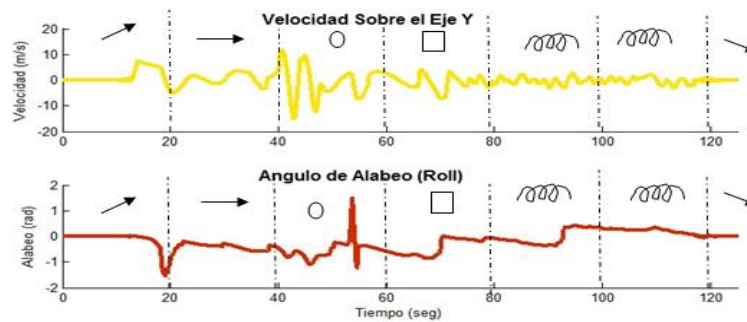


Gráfico 5. Angulo de Alabeo vs Velocidad sobre Eje Y
Fuente: Elaboración Propia (2017)

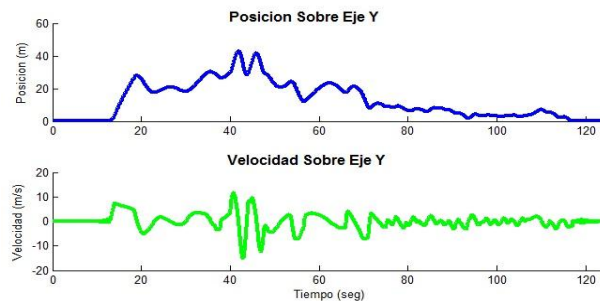


Gráfico 6. Velocidad vs Posición sobre Eje Y
Fuente: Elaboración Propia (2017)

Ahora bien, con respecto al comportamiento del mando vertical vs ángulo de guiñada, al considerar los efectos resultantes sobre el eje vertical Z_c , comenzando por su elemento de mando y control, como es la cola que afecta directamente el ángulo de guiñada de la aeronave que se puede definir como giro sobre su propio eje, dicho comportamiento se muestra en el gráfico 7.

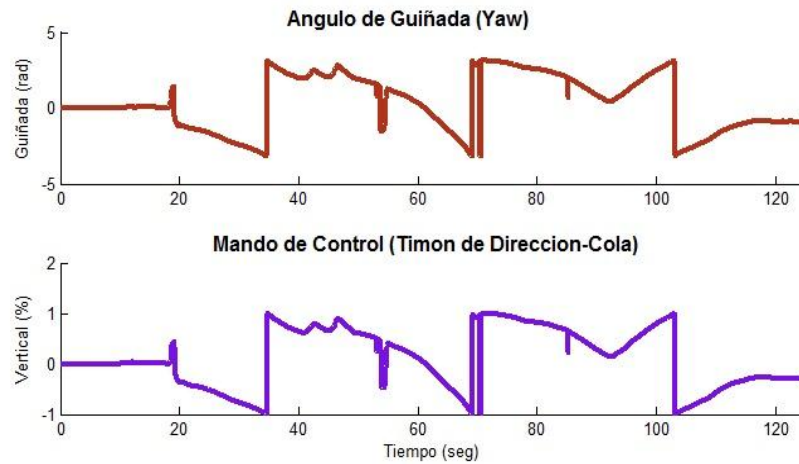


Gráfico 7. Mando Vertical vs Angulo de Guiñada
Fuente: Elaboración Propia (2017)

De igual forma, las variaciones sobre el ángulo de guiñada en el eje Zc producen una variación en la velocidad de la aeronave sobre el mismo eje que se puede observar claramente en el gráfico 8. A su vez, en el mismo orden de ideas, en el gráfico 9 se puede observar que todas las variaciones de la velocidad también se reflejan en la posición de la aeronave sobre la su eje vertical para provocar cambios en giros derecha-izquierda del avión.

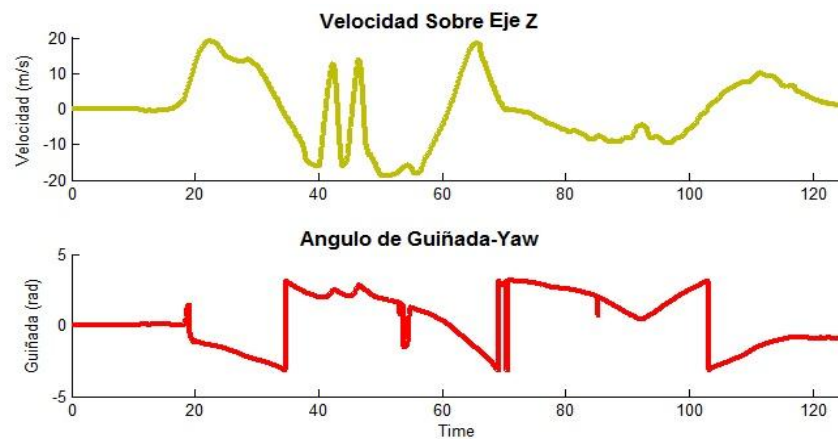


Gráfico 8. Angulo de Guiñada vs Velocidad Sobre Eje Z
Fuente: Elaboración Propia (2017)

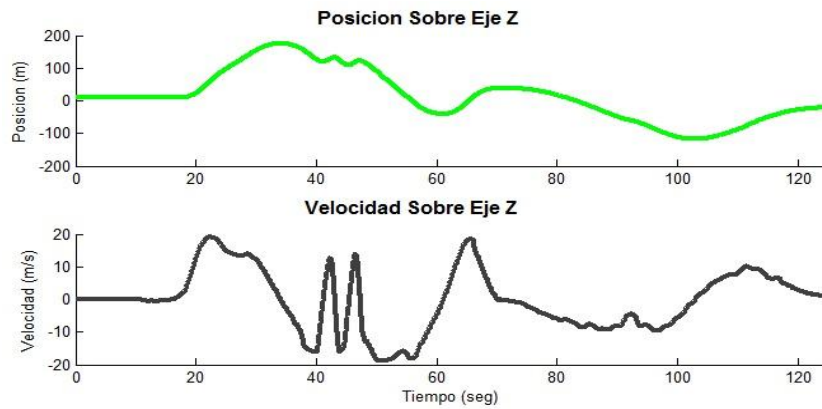


Gráfico 9. Velocidad vs Posición Sobre Eje Z
Fuente: Elaboración Propia (2017)

Ahora bien, para conocer los efectos de la velocidad ejercida sobre los diferentes ángulos de Euler, asociados a los ejes que producen lo que se conoce como velocidad angular por eje de referencia en el vehículo, se pueden observar en el gráfico 10 los resultados para cada eje de referencia.

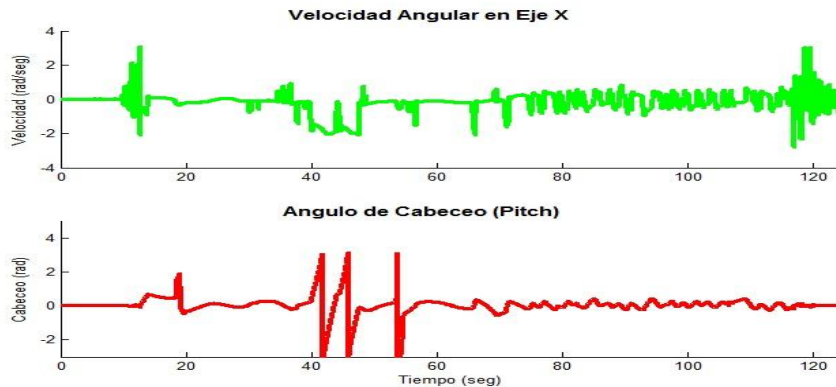


Gráfico 10. Angulo de Cabeceo vs Velocidad Angular en X
Fuente: Elaboración Propia (2017)

Con relación al ángulo de alabeo vs velocidad angular en Y, en el gráfico 11 se pueden observar los efectos correlativos producto de las diferentes maniobras elegidas a realizar durante el vuelo de simulación, manteniendo la filosofía de conocer al mismo tiempo los efectos de la velocidad en los ángulos de Euler sobre el eje de referencia Y

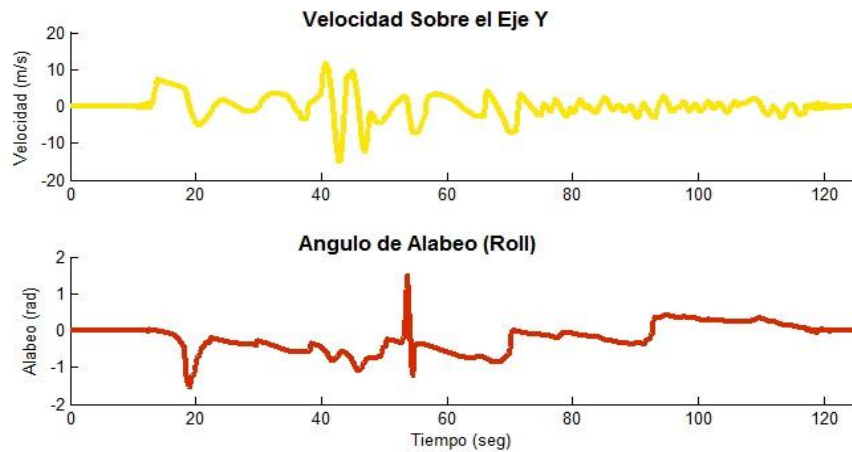


Gráfico 11. Angulo de Alabeo vs Velocidad Angular en Y
Fuente: Elaboración Propia (2017)

Finalmente, en cuanto al ángulo de guiñada vs velocidad angular en Z, se presenta en el gráfico 12, el comportamiento de la aeronave con respecto a las diferentes maniobras de arranque, vuelo recto y vuelo en círculo, entre otros, pero teniendo como referencia al eje vertical sobre el avión que fue definido como Z, que es la velocidad angular producto de la guiñada.

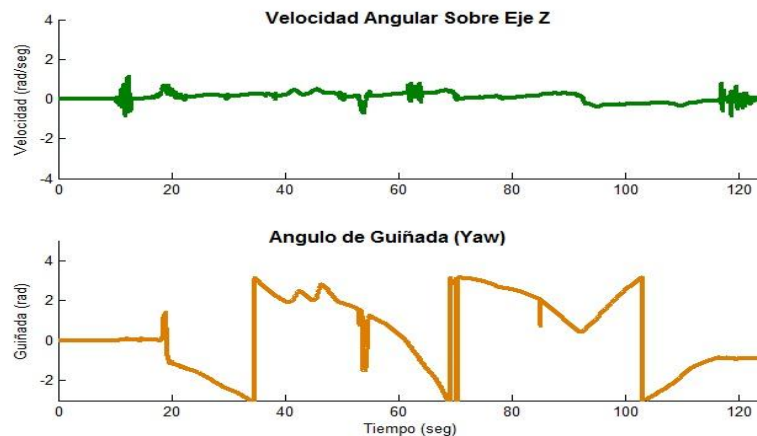


Gráfico 12. Angulo de Guiñada vs Velocidad Angular en Z
Fuente: Elaboración Propia (2017)

Modelos matemáticos que mejor describan el comportamiento de un mini avión de ala fija.

A continuación, se generaron las funciones de transferencia necesarias para representar el modelo matemático del comportamiento para un vehículo aéreo no tripulado de tipo ala fija. Para ello, fue fundamental conocer las propiedades del



vehículo, las especificaciones del modo de vuelo y condiciones de operación, para realizar diferentes simulaciones haciendo uso de la herramienta computacional que ayudó a proceder en la identificación del sistema para la creación de los posibles modelos matemáticos lineales y no lineales.

De allí, que fuese necesario un tratamiento previo de los datos obtenidos de entrada salida. Dichos datos registrados están generalmente acompañados de ruidos indeseados u otro tipo de imperfecciones que puede ser necesario corregir antes de iniciar la identificación del modelo, lo que significa que se debieron desechar parte de los datos; en algunos casos trabajar un poco los mismos, pero a final de cuentas se trataron de preparar los datos para facilitar y mejorar el proceso de identificación. En este sentido, para este caso de estudio se utilizó la filosofía de 70-30, donde una parte de los datos son utilizados para determinar los modelos y el resto para ser utilizados en la validación del mismo durante la siguiente fase.

Luego de obtenidos los datos de entrada salida, e incluso de aplicarle el tratamiento previo respectivo, se comenzó a generar el estudio o análisis de modelos paramétricos tales como el modelo auto regresivo con entrada exógena (ARX), también el modelo autoregresivo de media ajustada con entrada exógena (ARMAX), así como el modelo con error a la salida (OE). Por último, y no menos importante el modelo paramétricos el Box-Jenkins (BJ).

Modelos matemáticos para la Posición del Mini UAV Tipo Ala Fija

En este paso se procedieron a evaluar los datos con diferentes estructuras paramétricas de orden y grado variante hasta conseguir el que mejor se ajustó al parámetro en cuestión. Para este caso se evaluó de cada variable, su relación entrada salida en cada modelo comparando entre ellos el porcentaje de ajuste (%fit), también se evaluaron el lugar geométrico de las raíces, con lo cual se pudo conocer si el sistema elegido para la variable resultaba estable, es decir, que los polos se encuentran dentro del circulo unitario, la correlación de los datos evaluados y finalmente la respuesta transciente del modelo. (Ljung, 1991).

Es así como, tomando en cuenta los criterios antes mencionados, se procedió a realizar la evaluación de los modelos matemáticos para la posición sobre cada eje de referencia X_c , Y_c y Z_c . Es decir, la selección final del modelo matemático para la Posición del Mini UAV Tipo Ala Fija y los resultados de ellos no fueron al azar, sino que obedecieron a diferentes criterios que a continuación se mencionan:

- Porcentaje de Ajuste por encima del 60%.
- Correlación de los residuos basados en el modelo utilizado.
- Estabilidad del modelo (Basado en Grafica de Polos y Ceros)
- La Respuesta Transciente de la entrada con respecto a salida.
- Orden y Tipo de Modelo Matemático.

Posición en Eje X (L_x)

Dentro de las primeras consideraciones a evaluar se escogió la posición de la aeronave con respecto a su eje de referencia longitudinal (X), en el cuerpo que



describe la ubicación frontal para intervalos de tiempo; es decir, la posición que obtiene el vehículo con respecto a la velocidad de desplazamiento sobre el mismo eje. A continuación se muestran los modelos y variaciones de los coeficientes utilizados en el estudio.

Modelo de la posición en el eje X. Este modelo fue seleccionado de las estimaciones realizadas utilizando la curva que relaciona a la velocidad con la posición sobre el eje X, donde el seleccionado utilizo un 46,03% de los datos totales de la curva como modelo de referencia (Entrada) y un 38,1% restante de la curva como validación de referencia (Salida), con lo cual se determinó el modelo matemático que mejor aproximación tuvo dentro de las estructuras paramétricas analizadas. También se pudo observar que el modelo ARX de cuarto grado con 98,81% de ajuste, la curva de validación que represento el 37,65% de los datos totales, fue el que mostro mejor comportamiento de seguimiento de la curva resultante del vuelo de validación que se explicar  con más detalle en la fase siguiente. Luego, se realizó un análisis de la estabilidad del modelo resultante a través de su gráfica de polos y ceros que permitieron concluir que el sistema es críticamente estable; también se visualizó la gráfica que muestra la curva de respuesta a los datos de entrada y la correlación entre los datos de entrada y los de salida.

A partir de las iteraciones realizadas en la herramienta ident  de Matlab , se logró obtener el modelo en tiempo discreto con tiempo de muestreo igual a 0.0083. Este modelo demostró en su totalidad la estabilidad, la respuesta ante entrada de tipo escalón, así como la relación de orden en función de las iteraciones realizadas. Después de seleccionar el modelo matemático más apegado a los datos reales de un vuelo 1, se aplicaron las funciones de Matlab ([num,den]=th2tf(arx441) para determinar los coeficientes del numerador y denominador de la función, sys=tf(num,den,0.0083) con el fin de visualizar la función de transferencia en tiempo discreto (Z) y si era necesaria la tf en tiempo continuo, podrían utilizar G=d2c(sys,'tustin');) para así obtener la función de transferencia que describe dicho modelo y que se presenta en la ecuación 1.

$$G(z) = \frac{-0.009082 z^3 + 0.03051 z^2 - 0.01928 z - 0.002151}{z^4 - 1.491 z^3 + 0.5272 z^2 - 0.5813 z + 0.5451} \quad (1)$$

Posición en Eje Y (My)

Dentro de la siguiente evaluación se tiene la posición de la aeronave con respecto a su eje de referencia transversal (Y), en el cuerpo que describe el avance lateral para intervalos de tiempo, es decir, la posición que obtiene el vehículo con respecto a la velocidad de desplazamiento sobre el mismo eje, por lo cual se muestra a continuación los modelos y variaciones seleccionadas en coeficientes utilizados en el estudio:



El modelo de la posición en el eje Y. Este fue seleccionado de las estimaciones obtenidas utilizando la curva que relaciona la velocidad con la posición sobre el eje Y, donde el seleccionado utilizo un 37,3% de los datos totales de la curva como modelo de referencia(Entrada) y un 20,23% restante de la curva como validación de referencia(Salida,) con la cual determinar el modelo matemático que mejor aproximación tuvo dentro de las estructuras paramétricas analizadas, en la cual, se pudo observar que el modelo ARX de primer grado con 97,75% de ajuste en la curva de validación que represento el 19,77% de los datos totales siendo el que mostro mejor comportamiento de seguimiento de la curva resultante del vuelo de validación que explicaremos en mejor detalle en la fase siguiente. Luego se realizó un análisis de la estabilidad del modelo resultante a través de su grafica de polos y ceros que permitió concluir que el sistema es críticamente estable; también se visualizó la gráfica que muestra la curva de respuesta a los datos de entrada así como la correlación entre los datos de entrada y los de salida.

A partir de las iteraciones realizadas en la herramienta ident  de Matlab  se logró obtener el modelo en tiempo discreto con tiempo de muestreo igual a 0.0083 como en el caso anterior. Este modelo demostró en su totalidad la estabilidad, la respuesta ante entrada de tipo escalón, así como la relación de orden en función de las iteraciones realizadas. Después de seleccionar el modelo matemático más apegado a los datos reales de un vuelo 1, se aplicaron las funciones de Matlab ([num,den]=th2tf(arx110) para determinar los coeficientes del numerador y denominador de la función, sys=tf(num,den,0.0083) para visualizar la función de transferencia en tiempo discreto (Z) y de ser necesario la tf en tiempo continuo podrían utilizar G=d2c(sys,'tustin');) para así obtener la función de transferencia que describe dicho modelo y se presenta en la ecuación 2.

$$G(z) = \frac{0.007251z}{z - 1} \quad (2)$$

Modelo de la Posición en Eje Z (Nz). Continuando con la siguiente evaluación, se tiene la posición de la aeronave con respecto a su eje de referencia vertical (Z) en el cuerpo que describe el cambio de posición durante intervalos de tiempo, es decir, la posición que obtiene el vehículo con respecto a la velocidad de desplazamiento sobre el mismo eje por lo cual se muestran a continuación los modelos y variaciones seleccionadas en coeficientes utilizados en el estudio.

El modelo de la posición en el eje Z fue seleccionado de las estimaciones utilizando la curva que relaciona a la velocidad con la posición sobre el eje, donde el seleccionado utilizo un 34,92% de los datos totales de la curva como modelo de referencia (Entrada) y un 51,59% restante de la curva como validación de referencia (Salida) con la cual se determinó el modelo matemático que mejor aproximación tuvo dentro de las estructuras paramétricas analizadas, donde se pudo observar que el modelo ARX de segundo grado con 96,52% de ajuste en la curva de validación, que represento el 49,79% de los datos totales, se convirtió en el que mostro mejor comportamiento de seguimiento de la curva resultante del vuelo de validación que se explicar  más detalladamente en la fase siguiente.



A partir de las iteraciones realizadas en la herramienta ident[®] de Matlab[®] se logr   obtener el modelo en tiempo discreto con tiempo de muestreo igual a 0.0083, como en el caso anterior. Este modelo demostr   en su totalidad la estabilidad, la respuesta ante entrada de tipo escal  n, as   como la relaci  n de orden en funci  n de las iteraciones realizadas. Despu  s de seleccionar el modelo matem  tico m  s apegado a los datos reales de un vuelo 1, se aplicaron las funciones de Matlab[®] ([num,den]=th2tf(arx220) para determinar los coeficientes del numerador y denominador de la funci  n, sys=tf(num,den,0.0083) para visualizar la funci  n de transferencia en tiempo discreto (Z) y de llegar a necesitarse la tf en tiempo continuo podr  an utilizar G=d2c(sys,'tustin');) para as   obtener la funci  n de transferencia que describe dicho modelo. A continuaci  n en las ecuaciones 3,4 y 5 se muestran los resultados de los c  lculos de la funci  n de transferencia:

$$G(z) = \frac{0.03108 z^2 - 0.02163 z}{z^2 - 0.6865 z - 0.3135} \quad (3)$$

Angulo de Alabeo (Roll)

$$G(z) = \frac{-0.03423 z^2 + 0.06837 z - 0.03415}{z^8 - 2.093 z^7 + 1.035 z^6 - 0.5113 z^5 + 1.29 z^4 - 0.7209 z^3} \quad (4)$$

Angulo de Cabeceo (Pitch)

$$G(z) = \frac{-0.1341 z^3 + 0.3673 z^2 - 0.333 z + 0.09984}{z^4 - 2.736 z^3 + 2.333 z^2 - 0.459 z - 0.1386} \quad (5)$$

Modelos matem  ticos para las velocidades resultantes del Mini UAV Tipo Ala Fija

En este paso se procedieron a evaluar los datos con diferentes estructuras param  trica de orden y grado variante, hasta dar con la que mejor se ajusta al par  metro en cuesti  n; para este caso, se evalu   de cada variable su relaci  n entrada salida en cada modelo, comparando entre ellos el porcentaje de ajuste (%fit). Tambi  n se evalu   el lugar geom  trico de las ra  ces, a objeto de conocer si el sistema es estable, es decir, que los polos se encuentran dentro del circulo unitario, la correlaci  n de los datos evaluados se encuentran dentro del rango aceptable y finalmente la respuesta transciente del modelo es r  pido o no.

Tomando en cuenta los criterios antes mencionados se procedi   a realizar la evaluaci  n de los modelos matem  ticos para las velocidades resultantes sobre cada eje de referencia Xc, Yc y Zc (ecuaciones 6, 7 y 8 respectivamente). La selecci  n final del modelo y los resultados de ellos fueron realizados tomando en cuenta los mismos criterios de la posici  n respecto a la velocidad entrante, encontrando a los



ángulos como responsables en la modificación de las velocidades respectivamente por eje.

Velocidad en Eje X

$$G(z) = \frac{3.432e-005}{z^2 - 2z + 0.9999} \quad (6)$$

Velocidad en Eje Y

$$G(z) = \frac{0.9844 z^2 - 0.9703 z}{z^2 - 0.9461 z - 0.03197} \quad (7)$$

Velocidad en Eje Z

$$G(z) = \frac{-0.0003638 z + 0.0003602}{z^2 - 1.999 z + 0.9994} \quad (8)$$

Modelos matemáticos para las velocidades angulares resultantes del Mini UAV Tipo Ala Fija

En este paso se procedieron a evaluar los datos con diferentes estructuras paramétricas de orden y grado variante hasta dar con el que mejor se ajusta al parámetro en cuestión. Para este caso se evaluaron de cada variable su relación entrada salida en cada modelo comparando entre ellos el porcentaje de ajuste (%fit); también se evaluaron el lugar geométrico de las raíces, para conocer si el sistema es estable; es decir, que los polos se encuentran dentro del círculo unitario, la correlación de los datos evaluados se encuentran dentro del rango aceptable y finalmente la respuesta transiente del modelo es rápido o no.

Tomando en cuenta los criterios antes mencionados se procedió a realizar la evaluación de los modelos matemáticos para las velocidades resultantes sobre cada eje de referencia X_c , Y_c y Z_c (ecuaciones 9, 11 y 10 respectivamente). La selección final del modelo y los resultados de ellos se realizaron tomando en cuenta los mismos criterios de la posición respecto a la velocidad entrante encontrando a los ángulos como responsables en la modificación de las velocidades respectivamente por eje.

Velocidad Angular en Eje X

$$G(z) = \frac{-16.11 z^2 + 5.029 z + 11.07}{z^2 - 0.7975 z} \quad (9)$$

Velocidad Angular en Eje Z

$$G(z) = \frac{0.05577 z^2 - 0.1114 z + 0.05566}{z^3 - 2.012 z^2 + 1.034 z - 0.02184} \quad (10)$$

Velocidad Angular en Eje Y

$$G(z) = \frac{-4.27 z^5 + 8.548 z^4 - 4.278 z^3}{z^5 - 2.451 z^4 + 1.74 z^3 + 0.09913 z^2 - 0.5529 z + 0.1666} \quad (11)$$

Validación de los modelos Matemáticos

Finalmente, se validó el desempeño de los modelos matemáticos propuestos, para así determinar si el seguimiento de las curvas de salida se puede considerar como bueno o aceptable. Para ello se utilizó un método en tiempo real con el cual se obtuvieron los resultados que se presentan en esta última fase, todos los resultados mostrados se validaron a través de Simulink y se basaron en las posiciones del vehículo de ala fija con valores resultados de pruebas realizadas con el dispositivo.

Datos resultantes de la validación para la posición en eje x bajo el modelo arx441, con un vuelo 2

Para obtener los datos de la validación se ensayaron para todas las posiciones del vehículo de ala fija data real del mismo, por lo que el tiempo de muestreo fue el mismo utilizado para los eventos de modelo y validación en el modelado matemático, así como el ingreso de las diversas funciones de esta aeronave donde se utilizó el bloque IDENT® en Simulink de Matlab® para poder observar la operación en tiempo real. En la figura 3 se presenta el esquema desarrollado.

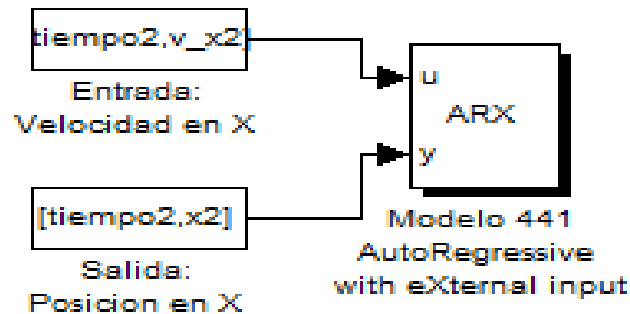


Figura 3. Validación del modelo arx441 para

posición en x. Fuente: Elaboración Propia (2017)

Basado en lo anterior, este bloque se encuentra dentro de la herramienta Simulink, por lo que para obtener confiabilidad en los datos del modelo, a nivel de validación de los anteriormente obtenidos, se propuso ingresar diversos datos de vuelos realizados en tiempo real, con la finalidad de comprobar la sensibilidad y robustez del modelo a ensayar y así desarrollar a priori controladores que permitan regular las posiciones anteriormente ensayadas. En la gráfico 13 se presenta la corrida en tiempo real, destacando que este sistema es un print estático de la dinámica observada.

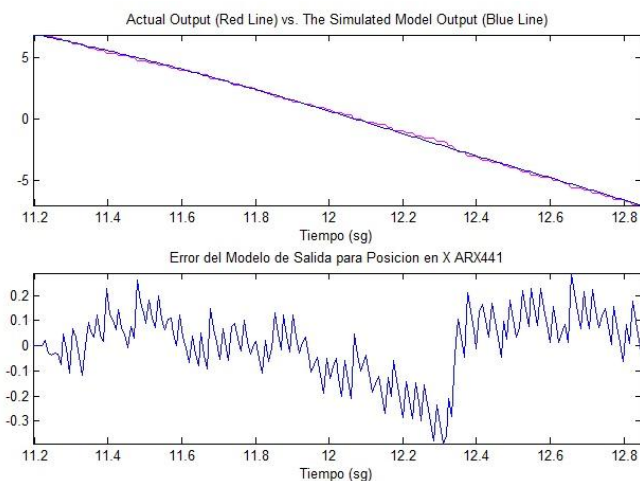


Gráfico 13. Validación gráfica del modelo arx441 para posición en x. Fuente: Elaboración Propia (2017).

Utilizando datos completamente nuevos de un vuelo 2, se pusieron a prueba los modelos como se mostraron en la figura previa, para cada variable considerada en la investigación representando la posición, velocidad, velocidad angular y movimientos de la aeronave para cada uno de los ejes. En el cuadro 5 se muestra el resumen de dichos resultados.

Cuadro 5
Modelos Paramétricos Resultantes con Validación

Ec. N°	Tipo de Modelo	Variable de Estudio	Datos de Validacion	Data Fit Estimada	Data Fit Model	Anexos
1	ARX441	Posicion Lx	100%	96	98,81	
2	ARX110	PosicionMy	100%	94	97,75	13
3	ARX220	PosicionNz	100%	92	96,52	14
4	ARX536	Mov de Alabeo	100%	75	79,39	15
5	AMX4411	Mov de Cabeceo	100%	65	69,12	16
6	OE111	Mov de Guiñada	100%	95	70.08	17



7	BJ22221	Velocidad en Z	100%	60	65,83	18
8	OE220	Velocidad en Y	100%	75	72,24	19
9	ARX212	Velocidad en X	100%	55	61,44	20
10	OE310	Vel. Angular de X	100%	60	63,44	21
11	BJ33331	Vel. Angular de Z	100%	70	76,26	22
12	BJ35750	Vel. Angular de Y	100%	55	61,46	23

Fuente: Elaboración Propia (2017)

Referido a la validación, para su concreción se utilizaron datos de un vuelo que cumplió con las mismas maniobras del primer vuelo, de manera que se pudiera evaluar la veracidad del seguimiento de la curva resultante. Adicionalmente, se pudo fijar una referencia de porcentaje de seguimiento de la curva resultante arrojada por el software y otra obtenida por el método de observación directa a través de la validación en tiempo real.

Conclusiones

Una vez culminada cada una de los pasos necesarios para el desarrollo de la investigación, en primer lugar se pudo concluir que las variables principales: velocidad, posición, ángulos de Euler y velocidad angular, siendo estudiadas de manera independiente, presentaron comportamientos que pudieron ser analizados a través de modelos lineales.

Como segunda conclusión, se identificaron las variables de velocidad, posición, ángulos de Euler y velocidad angular de manera experimental a través de software de simulación y se realizó el diseño de experimentos para aproximaciones lineales y no lineales respectivamente, tomando como referencia en la modelación el 70% de los datos y el restante 30% para la validación del mismo. Para la identificación teórica de las variables se aplicaron distintas leyes físicas, matemáticas y aerodinámicas; con ello se observó el comportamiento del vehículo desde cada eje de referencia ubicado en el cuerpo de la aeronave, estructuras matemáticas teóricas y una estructura preliminar del modelo obtenido en secciones posteriores.

En tercer lugar, luego de definir las variables que intervienen en la dinámica de vuelo de un vehículo a ero tipo ala fija, se requirió definir las relaciones de velocidad y desplazamiento angular que describen el comportamiento de los controles de mando, con los cuales establecer las variables manipuladas resultantes que podrían ser: el ángulo de los alerones, el ángulo del timón de profundidad, y el ángulo del timón de dirección, las principales variables controladas son: el ángulo de ataque, el ángulo de guiñada, el ángulo de balanceo, la velocidad lineal en el eje X, y las velocidades angulares, adicionalmente se pueden definir las perturbaciones que afectaran el sistema, y como trabaja el mismo para poder realizar un vuelo, todo esto con el fin de poder realizar un vuelo autónomo.

En cuarto lugar, se pudo evidenciar que bajo un modelo de análisis SISO quedan elementos del estudio sin consideración como por ejemplo el efecto del cuerpo de propulsión con respecto a 2 ejes de manera simultánea que en acciones reales del



avión se presentan en diferentes maniobras e incluso condiciones de vuelo. De igual manera, bajo el estudio de los modelos paramétricos quedó evidenciado que con respecto a las velocidades en el eje X, Y y Z, son los modelos ARX441, ARX110 y ARX220 respectivamente, los que mejor se adaptaban a la respuesta deseada de maniobras con un porcentaje de seguimiento superior a 96% en los tres modelos.

Igualmente, se concluyó que es primordial y esencial la elaboración de diferentes métodos de controles debido a que es necesario analizar las respuestas de los sistemas en comparación con las respuestas de un controlador previo de tal forma que se pueda determinar cuál sería el modelo que mejor se adapte al modo de vuelo deseado.

Finalmente, se lograron realizar las validaciones correspondientes para todas las variables, pudiendo denotar que la variable posición en todos los ejes de referencia tienen un buen comportamiento en sus rangos lineales, por lo que puede ser considerada como un buen modelo linealizado debido a su ajuste. Sin embargo, no fue así para la variable velocidad en eje X y eje Z, así como velocidad angular en el eje X y eje Y puesto que su zona de linealidad fue muy estrecha, pero los métodos de identificación lineales proporcionaron la respuesta esperada a la dinámica operacional de las variables. Todas las pruebas de validación fueron realizadas con un 2do vuelo con las mismas características.

Referencias bibliográficas

- Arias, F. (2010). *El proyecto de Investigación*. Caracas: Editorial Episteme.
- Barrientos, A (2007). *Vehículos Aéreos No Tripulados para Uso Civil*. Universidad Politécnica de Madrid. Recuperado de: <http://webdiis.unizar.es/~neira/docs/ABarrientos-CEDI2007.pdf>
- Briceño, J. (2012). *Principio de las Comunicaciones*. Recuperado de: <http://labv87.blogspot.com/2011/05/principio-de-las-comunicaciones-jose.html>.
- Cerda, H. (2002). *Cómo Elaborar Proyectos. Diseño, Ejecución y Evaluación de Proyectos Sociales, Económicos y Educativos*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2003). *Metodología de la investigación*. México: Editorial Mw Graw Hill.
- Ljung, L. (1991). *System Identification Toolbox - for use with MATLAB, User's Guide*. The Mathworks, Inc. Sherborn, Mass ,1988, 98 pages. 3rd edition. 204 pages, 4th edition 1995, 249 pages, 5th edition 2000, 350 pages.



Manual de Física General (2017) *Libro de Física General*. Recuperado de:
[https://www.osinergmin.gob.pe/newweb/pages/Publico/LV_files/Manual Fisica_General.pdf](https://www.osinergmin.gob.pe/newweb/pages/Publico/LV_files/Manual_Fisica_General.pdf)

Real Federación Aeronáutica Española (2016) Recuperado de: <https://www.rfae.es/>

Roncero, S y Gavilán, F. (2010). *Mecánica del Vuelo del Avión. Parte II: Estabilidad y Control*. Recuperado de:
<https://www.yumpu.com/es/document/read/15144863/mecanica-del-vuelo-del-avion-departamento-de-ingenieria->

Sabino, C. (2002). *El proceso de investigación*. Caracas: Editorial Romor.

Valabanis, K. (2007). *Unmanned Aerial Vehicles*. Inglaterra, Reino Unido: Springer Editorial.